ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ БЕЛГОРОДСКОЙ ОБЛАСТИ
Областное государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
«СТАРООСКОЛЬСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ»
(ОГАПОУ СПК)

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

ПД.1 МАТЕМАТИКА: АЛГЕБРА, НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА; ГЕОМЕТРИЯ

для студентов специальности 09.02.05 Прикладная информатика
(по отраслям)

Старый Оскол

Методические рекомендации по выполнению практических работ по учебной дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа; геометрия» разработаны в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом (далее – ФГОС) по специальности 09.02.05 Прикладная информатика (по отраслям) среднего профессионального образования (далее СПО) и предназначены для студентов первого и второго курсов очной формы обучения.

Разработчик:
Андрианова Р.Т., преподаватель физико-математических дисциплин ОГАПОУ СПК

СОДЕРЖАНИЕ

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данные методические указания включают в себя практические занятия по всем разделам курса, примерные практические задания для каждой темы раздела, фрагменты теоретического материала, образцы выполнения практических заданий, тесты, практические задания, контрольные вопросы для самопроверки.

Практические занятия служат связующим звеном между теорией и практикой. Они необходимы для закрепления теоретических знаний, полученных на уроках теоретического обучения, а также для формирования практических умений и навыков.

Зачет по каждой практической работе студент получает после её выполнения и предоставления отчета, а также ответов на вопросы преподавателя, если таковые возникнут при проверке выполненного задания.

В результате проведения практических занятий по дисциплине «Математика: алгебра, начала математического анализа; геометрия» студент должен знать основные математические методы решения прикладных задач; роль и место математики в современном мире при освоении профессиональных дисциплин и в сфере профессиональной деятельности.

ПЕРЕЧЕНЬ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Раздел 1. Развитие понятия о числе
Практическое занятие по теме: «Действительные и комплексные числа»

Раздел 2. Корни, степени и логарифмы
Практическое занятие по теме:
Практическое занятие по теме: «Корни и степени»
Практическое занятие по теме: «Показательная и логарифмическая функции»
Практическое занятие по теме: «Показательные уравнения и неравенства»
Практическое занятие по теме: «Логарифмические уравнения и неравенства»

Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве.
Практическое занятие по теме: «Параллельность прямых и плоскостей»
Практическое занятие по теме: «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Раздел 4. Основы тригонометрии
Практическое занятие по теме: «Тригонометрические функции числового аргумента»
Практическое занятие по теме: «Функции, их свойства и графики»
Практическое занятие по теме: «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Раздел 5. Комбинаторика.
Практическое занятие по теме: «Элементы комбинаторики»
Практическое занятие по теме: «Элементы теории вероятностей»

Раздел 6. Координаты и векторы
Практическое занятие по теме: «Декартовы координаты в пространстве»
Практическое занятие по теме: «Векторы в пространстве»

Раздел 7. Функции и графики
Практическое занятие по теме: «Схема исследования функции»

Раздел 8. Многогранники и круглые тела.
Практическое занятие по теме: «Многогранники»
Практическое занятие по теме: «Тела вращения»
Практическое занятие по теме: «Объемы многогранников»
Практическое занятие по теме: «Объемы и поверхности тел вращения»

Раздел 9. Начала математического анализа.
Практическое занятие по теме: «Производная»
Практическое занятие по теме: «Применение непрерывности и производной»
Практическое занятие по теме: «Первообразная»

Раздел 10. Интеграл и его применение.
Практическое занятие по теме: «Определенный интеграл»
Практическое занятие по теме: «Применение интеграла»

Раздел 11. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

Практическое занятие по теме: «Вероятность и ее свойства»

Раздел 12. Уравнения и неравенства.

Практическое занятие по теме: «Основные приемы решения уравнений»

Раздел 13. Итоговое повторение.

Практическое занятие № 1
Практическое занятие № 2

СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Раздел 1. Развитие понятия о числе

Практическое занятие по теме: «Действительные и комплексные числа»

Цель занятия:

1. Повторить знания обучающихся по теме: «Развитие понятия о числе»
2. Организовать деятельность обучающихся по переводу своих знаний от усвоения отдельных фактов и понятий к их обобщению в целостную систему знаний.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование:

- справочные пособия по алгебре,
- учебники

Ход занятия

1. С помощью справочных пособий по алгебре повторить:
   а) правила действий над обыкновенными дробями;
   б) формулы сокращенного умножения;
   в) способы разложения выражения на множители;
   г) правило сокращения дробей;
   д) абсолютная и относительная погрешность;
   е) действия с комплексными числами.
2. Изучить условие заданий для практической работы.

Варианты заданий
Вариант 1

1. Вычислите значение выражения: $\left(33{,}5+5\frac{5}{8}\cdot 3{,}2-15{,}7\right):\frac{1}{4}+2{,}25$
2. Разложите на множители: $(x-5)^2-16$
3. Округлите число $\frac{2}{9}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: $(4-3i)+(-2+5i)-(3+i)$
5. Вычислить с МК: $\frac{52{,}4\cdot 0{,}0673}{0{,}9\cdot 21{,}5-235{,}2-0{,}0531}$

Вариант 2

1. Вычислите значение выражения: $\frac{(152\frac{8}{4}-148\frac{8}{8})\cdot 0{,}3}{0{,}2}$
2. Упростить выражение: $(C+2)(C-3)-(C-1)^2$
3. Округлите число $\frac{4}{9}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: $(3-i\sqrt{2})^2$

5. Вычислить с МК: $\frac{12{,}04 \cdot \sqrt{14{,}56}}{0{,}512 \cdot 1{,}3^2}$

Вариант 3

1. Вычислите значение выражения: $\frac{\left(1\frac{1}{12}+2\frac{5}{32}+\frac{1}{24}\right)\cdot 9{,}6+2{,}13}{0{,}4}$
2. Упростить выражение: 4ав+2(а + в)^2
3. Округлите число $\frac{1}{3}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: (-3+2i) +(-1-7i) – (-2+3i)
5. Вычислить с МК: $\frac{162{,}04 \cdot \sqrt{214{,}56}}{0{,}245 \cdot 1{,}6^2}$

Вариант 4

1. Вычислите значение выражения: $\frac{\left(6{,}6-3\frac{3}{14}+\frac{1}{24}\right)\cdot 5\frac{5}{6}}{(21-1{,}25):2{,}5}$
2. Упростить выражение: 3(x + y)^2 – 6xy
3. Округлите число $\frac{2}{3}$ с точностью до одной десятой и вычислите абсолютную и относительную погрешность.
4. Выполнить действия: (5 + 2i)^2
5. Вычислить с МК: (0,23+4,19)$\cdot \sqrt{0{,}84 \cdot 0{,}26} \cdot 10^3$

Контрольные вопросы

1. Какие числа называются:
   а) натуральными, б) целыми, в) рациональными, г) иррациональными,
   д) действительными? Как обозначаются множества этих чисел?
2. Сформулируйте определение: а) абсолютной, б) относительной погрешности?
3. Сформулируйте определение границы: а) абсолютной, б) относительной погрешности.
4. Сформулируйте определение: а) верной, б) сомнительной, в) значащей цифры.
5. Правила записи десятичной периодической дроби в виде обыкновенной дроби.
6. Что называется, комплексным числом?
7. Какие комплексные числа называются сопряженными?
8. Сложение и вычитание комплексных чисел.
9. Умножение комплексных чисел в алгебраической форме.
10. Деление комплексных чисел в алгебраической форме.

Раздел 2. Корни, степени и логарифмы

Практическое занятие по теме: «Корни и степени»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Корни и степени».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование:

- формулы степеней;
- свойства корня n-ой степени;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Ответить на контрольные вопросы.

Тренировочная таблица

Вычислите:

8	$\left(\sqrt{32}\right)^{\frac{2}{5}}$	$4^{-\frac{3}{2}}$	$64^{\frac{5}{6}}$	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\sqrt{27}\right)^{\frac{2}{3}}$	$32^{\frac{4}{5}}$	$\left(\sqrt{8}\right)^{\frac{2}{3}}$	$16^{-\frac{3}{4}}$
7	$32^{-\frac{3}{5}}$	$\left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$125^{-\frac{1}{3}}$	$\left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$	$16^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{16}\right)^{-\frac{1}{2}}$	$81^{-\frac{1}{4}}$	$\left(\frac{1}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$
6	$16^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{2}}$	$8^{\frac{1}{3}}$	$32^{\frac{1}{5}}$	$27^{\frac{1}{3}}$	$81^{\frac{1}{4}}$	$64^{\frac{1}{3}}$	$25^{\frac{1}{2}}$
5	$\left(\sqrt{7}\right)^{2}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{8}$	$\left(\sqrt{5}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{10}$	$\left(\sqrt{6}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{2}\right)^{6}$	$\left(\sqrt{3}\right)^{4}$	$\left(\sqrt{5}\right)^{0}$
4	$\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{-2}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$
3	6^{-2}	2^{-4}	3^{-3}	5^{-1}	3^{-4}	2^{-3}	7^{-2}	4^{-1}
2	$\left(\frac{1}{2}\right)^{5}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{3}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^{2}$	$\left(\frac{3}{2}\right)^{1}$	$\left(\frac{4}{3}\right)^{3}$	$\left(\frac{1}{3}\right)^{4}$	$\left(\frac{2}{5}\right)^{3}$	$\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$
1	3^4	4^3	2^4	5^3	2^5	3^3	5^0	2^3
	a	b	c	d	e	f	g	h

Варианты заданий

Вариант 1

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[3]{-27}$.
2. Решите уравнение: $x^4 = -16$.
3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{1000 \cdot 27 \cdot 8}$; б) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$; в) $\sqrt[5]{0{,}4^5 \cdot 5^5}$; г) $\frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{2}}$.
4. Какое из чисел больше: $\sqrt[7]{128}$ или $\sqrt[5]{4}$?

Вариант 2

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[4]{625}$.

2. Решите уравнение: $x^3 = 125$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[3]{64 \cdot 125 \cdot 729}$; б) $\sqrt[5]{\dfrac{243}{32}}$; в) $\sqrt[6]{\left(\dfrac{1}{3}\right)^6 \cdot 12^6}$; г) $\dfrac{\sqrt[4]{20}}{\sqrt[4]{\dfrac{5}{4}}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[8]{26}$ или $\sqrt[4]{5}$?

Вариант 3

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[7]{-128}$.

2. Решите уравнение: $x^4 = 64$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{0{,}0081 \cdot 0{,}0016 \cdot 625}$; б) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4}$; в) $\sqrt[3]{16^3 \cdot \left(\dfrac{1}{8}\right)^3 \cdot 0{,}125}$; г) $\dfrac{\sqrt[4]{112}}{\sqrt[4]{7}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[5]{5}$ или $\sqrt[3]{3}$?

Вариант 4

1. Найдите значение выражения: $\sqrt[6]{\dfrac{1}{64}}$.

2. Решите уравнение: $x^5 = -\dfrac{1}{243}$.

3. Вычислите: а) $\sqrt[4]{16 \cdot 625 \cdot 81}$; б) $\sqrt[3]{192} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{1}{3}}$; в) $\sqrt[4]{27^4 \cdot \left(\dfrac{1}{9}\right)^4 \cdot (0{,}5)^4}$; г) $\dfrac{\sqrt[5]{224}}{\sqrt[5]{7}}$.

4. Какое из чисел больше: $\sqrt[3]{7}$ или $\sqrt[6]{50}$?

Контрольные вопросы

1. Дайте определение корня n-ой степени. Что такое арифметический корень n-ой степени?
2. Перечислите свойства арифметических корней n-ой степени.

Практическое занятие по теме: «Показательная и логарифмическая функции»

Цель занятия:
1. Обобщить и закрепить знания по данной теме.
2. Вычислять значения функции по значению аргумента.
3. Определять положение точки на графике по ее координатам и наоборот.
4. Использовать свойства функций для сравнения значений степеней и логарифмов.
5. Строить графики логарифмических функций.
6. Выполнять преобразование графиков.

Оборудование:

- справочный материал по алгебре
- карточки для закрепления материала,
- учебники.

Ход занятия

Виды заданий

Тест по теме «Показательная функция»

Вариант 1

1. Из приведенных ниже функций укажите показательную:

а) $y=x^3$ б) $y=\sqrt{7^x}$ в) $y=\dfrac{1}{x^2}$ г) $y=e^x$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

2. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) функция $y=a^x$ принимает в некоторой точке значение 0;

б) функция $y=a^x$ является нечетной;

в) функция $y=a^x$ пересекает ось Oy в точке (0; 1);

г) функция $y=a^x$ принимает только положительные значения.

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

3. При каких значениях x выражении 4^x больше 1?

1) $x>0$ 2) $x<0$ 3) $x>1$ 4) $x<1$

4. Областью значений функции $y=-3^x$ является множество

1) $(0;+\infty)$ 2) $(-\infty;0)$ 3) $[0;+\infty)$ 4) $(-\infty;0]$

5. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси ординат;

б) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ пересекают ось Oy в точке (0; 1);

в) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси абсцисс;

г) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ пересекают ось Ox в точке (1; 0).

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

6. Из приведенных ниже функций укажите возрастающие:

а) $y=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$ б) $y=\left(\dfrac{3}{4}\right)^{-x}$ в) $y=\left(4-\sqrt{7}\right)^x$ г) $y=\left(\dfrac{e}{3}\right)^x$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

7. Корень уравнения $\sqrt{2^x}\sqrt{3^x}=36$ равен

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

8. Выражение $2a$, где а - корень уравнения $\left(\frac{49}{16}\right)^{x+1}=\left(\frac{4}{7}\right)^{9}$, равно

1) 9 2) 11 3) -11 4) -9

9. Произведение корней уравнения $\left(\frac{9}{23}\right)^{x^2-21}=\left(\frac{23}{9}\right)^{19x-3}$ равно

1) 19 2) -19 3) -24 4) -18

10. Выражение 0,2+a, где a - корень уравнения $3^{|x-2|}=9^{2x-1}$ равно

1) 1 2) 0,2 3) -1 4) -0,2

11. Решением неравенства $(0,2)^{\frac{2x-3}{x-2}}\geq 5$ является множество

1) $\left(-\infty;\frac{5}{3}\right]\cup(2;+\infty)$ 2) $\left(\frac{5}{3};2\right)$ 3) $\left[\frac{5}{3};2\right)$ 4) $\left(-\infty;\frac{5}{3}\right]\cup[2;+\infty)$

12. Решением неравенства $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x^2+4x+6}{x^2-4x+3}}>9$ является множество

1) $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$ 2) $(1;3)$ 3) $(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)$ 4) $(-3;-1)$

13. Наибольшее целое значение х, удовлетворяющее неравенству $10^{\frac{2x}{7}}<0{,}1$, равно

1) -3 2) -4 3) 0 4) не существует

14. Наименьшее целое значение х, удовлетворяющее неравенству $2^{-x}<\sqrt{2}$, равно

1) 0 2) -1 3) 1 4) не существует

15. Наименьшее целое значение х, удовлетворяющее неравенству $4^{-\frac{x}{2}}<8$, равно

1) -4 2) -3 3) -2 4) не существует

Тест по теме «Показательная функция»

Вариант 2

1. Из приведенных ниже функций укажите показательную:

а) $y=x^7$ б) $y=\sqrt{15^x}$ в) $y=\frac{1}{x^5}$ г) $y=-\frac{e^x}{3}$

1) а и в 2) а и б 3) в и г 4) б и г

2. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) функция $y=a^x$ не принимает значение 0;

б) функция $y=a^x$ является четной;

в) функция $y=a^x$ пересекает ось Oy в точке (0; 1);

г) функция $y=a^x$ принимает только неотрицательные значения.

1) а и в　　2) а и б　　3) в и г　　4) б и г

3. При каких значениях *x* выражении 5^x меньше 1?

1) *x*>0　　2) *x*<0　　3) *x*>1　　4) *x*<1

4. Областью значений функции $y=-\dfrac{1}{5^x}$ является множество

1) $(0;+\infty)$　　2) $(-\infty;0)$　　3) $[0;+\infty)$　　4) $(-\infty;0]$

5. Из приведенных ниже утверждений верными являются:

а) графики функций $y=7^x$ и $y=-\dfrac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси ординат;

б) графики функций $y=7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ не пересекают ось *Ox*;

в) графики функций $y=-7^x$ и $y=\dfrac{1}{7^x}$ симметричны относительно оси абсцисс;

г) графики функций $y=7^x$ и $y=-\dfrac{1}{7^x}$ пересекают ось *Oy* в разных точках.

1) а и в　　2) а и б　　3) в и г　　4) б и г

6. Из приведенных ниже функций укажите убывающие:

а) $y=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^{-x}$　　б) $y=\left(\dfrac{3}{4}\right)^{x}$　　в) $y=\left(4-\sqrt{7}\right)^{-x}$　　г) $y=\left(\dfrac{e}{3}\right)^{-x}$

1) а и в　　2) а и б　　3) в и г　　4) б и г

7. Корень уравнения $\sqrt{5^x}\sqrt{3^x}=225$ равен

1) 1　　2) 2　　3) 3　　4) 4

8. Произведение корней уравнения $36^x-4\cdot6^x-12=0$ равно

1) 4　　2) -12　　3) 1　　4) -2

9. Сумма корней уравнения $\left(\dfrac{21}{4}\right)^{29x^2-8x}=\left(\dfrac{4}{21}\right)^{8x^2-29x}$ равна

1) -37　　2) 37　　3) 1　　4) -1

10. Сумма корней уравнения $4^x-10\cdot2^x+16=0$ равна

1) -10　　2) 10　　3) -4　　4) 4

11. Выражение 0,3+*a*, где *a* - корень уравнения $\sqrt[3]{4^{x+2}}=\dfrac{4}{\sqrt[5]{2}}$, равно

1) 0,7　　2) 1　　3) 2,7　　4) 5

12. Наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $2^{3x-2}<2^{x+3}$, равно

1) 2　　2) 3　　3) 0　　4) не существует

13. Количество натуральных решений неравенства $(0,2)^{2x^2-3x+3} \geq 0,04$ равно

1) 1　　2) 2　　3) 3　　4) нет ответа

14. Наименьшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $3 \cdot 9^{x+1} - 12 \cdot 3^x - 1 \leq 0$, равно

1) -2　　2) 0　　3) 2　　4) -1

15. Наибольшее целое значение x, удовлетворяющее неравенству $4 \cdot 3^x + 3^{2x+1} < 7$, равно

1) 1　　2) 0　　3) -1　　4) не существует

Критерии оценивания тестовых заданий

15 вопросов	5 (отлично)	(14-15 ответов)
15 вопросов	4 (хорошо)	(11-13 ответов)
15 вопросов	3 (удов)	(10-8 ответа)

Тест по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 1

№	Задание	Ответы
1	Найдите область определения функции $y = \frac{1}{4^x - 2^x - 2}$	1. $(-\infty; 1)$ 2. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ 3. $(1; +\infty)$ 4. $(-1; 1)$
2	Найдите область определения функции $y = log_{3+x}(x^2 - 1)$	1. $(-3; -2) \cup (-2; -1) \cup (1; +\infty)$ 2. $(-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup (1; +\infty)$ 3. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ 4. $(-2; -1) \cup (1; +\infty)$
3	Выясните, является ли функция четной, нечетной, ни четной ни нечетной: $y = log_3\left(\sqrt{1 + x^2} - x\right)$	1. нечетная 2. четная 3. не является ни четной ни нечетной
4	Найти промежуток возрастания функции $y = log_{\frac{1}{2}}\lvert 4x^2 - 4x \rvert$	1. $(1; +\infty)$ 2. $(0; 1)$ 3. $(-\infty; 1)$ 4. $(-\infty; 0)$
5	Выясните, является ли ограниченной функция $y = log_2(x^2 + 1)$	1. Функция неограниченна 2. $y \geq 1$ 3. $0 < y < 1$ 4. $y \leq 1$
6	Какое из чисел больше: $(2,7)^{4-\pi}$ *и* $(2,9)^{4-\pi}$	1. $(2,7)^{4-\pi}$ 2. $(2,9)^{4-\pi}$
7	Найдите длину промежутка убывания функции $y = (x^2 + x - 131)e^x$	1. 13 2. 32 3. 23
8	Какое из чисел больше: $log_{13}150$ и $log_{17}290$	1. $\log_{13}150$ 2. $\log_{17}290$
9	Определите координаты точки минимума функции $y = x^3e^{x+3}$	1. (3;-27) 2. (-3; 27) 3. (-3;-27)

Тест по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 2

№	Задание	Ответы
1	Найдите область определения функции $y = \frac{1}{16^{x^2} - 2^x}$	1. $(-\infty; 0{,}25) \cup (0{,}25; +\infty)$ 2. $(-\infty; 0) \cup (0; 0{,}25)$ 3. $(-\infty; 0) \cup (0; 0{,}25) \cup (0{,}25; \infty)$ 4. $(0{,}25; +\infty)$
2	Найдите область определения функции $y = log_{0,3}\sqrt{x+1} + log_{0,4}(1 - 8x^3)$	1. $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ 2. $(-\infty; -1) \cup (-1; 0{,}5)$ 3. $(-1; 0{,}5)$ 4. $(-1; -0{,}5)$
3	Выясните, является ли функция четной, нечетной, ни четной ни нечетной: $y = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$	1. нечетная 2. четная 3. не является ни четной ни нечетной
4	Найти промежуток убывания функции $y = log_{\frac{1}{2}}\lvert 4x^2 - 4x\rvert$	1. $(1; +\infty)$ 2. $(0;1)$ 3. $(-\infty; 1)$ 4. $(-\infty; 0)$
5	Найдите уравнение касательной к графику функции $y = e^{0,5x}$ в точке с абсциссой $x_0 = ln4$	1. $y = x - 2 + ln4$ 2. $y = x + 2 - ln4$ 3. $y = 2x + ln4$ 4. $y = 2x - ln4$
6	Какое из чисел больше: $(0{,}95)^{-0,7}$ *и* $(0{,}99)^{0,9}$	1. $(0{,}99)^{0,9}$ 2. $(0{,}95)^{-0,7}$ 3. сравнить нельзя
7	Найдите наибольшее значение функции $y = 3^{3x} - 2 \cdot 3^{2x} + 9 \cdot 3^{x-2}$ на отрезке [- 1;1].	1. 7 2. 10 3. 23 4. 12
8	Какое из чисел больше: $log_3 4$ *и* $log_5 6$	1. $log_3 4$ 2. $log_5 6$
9	Определите точку минимума функции $y = xe^{2x-4}$	1. 2 2. $-0{,}5$ 3. 0,5 4. -2

Тест по теме «Логарифмическая функция»

Вариант 3

№	Задание	Ответы
1	Найдите область определения функции $y=\sqrt{\frac{16-2^{-x^2}}{x}}$	1. $(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$ 2. $(-\infty;-4)\cup(0;4)$ 3. $(-\infty;-4]\cup(0;4)$ 4. $(-\infty;-4]\cup(0;4]$
2	Найдите область определения функции $y=log_2\lvert 3-x\rvert-log_2\lvert x^3-8\rvert$	1. $x\epsilon R, x\neq 3$ 2. $x\epsilon R, x\neq 2$ 3. $x\epsilon R, x\neq 3, x\neq 2$ 4. $x\epsilon R$
3	Выясните, является ли функция четной, нечетной, ни четной ни нечетной: $y=log_2\frac{x+1}{x-1}\cdot\left(x-log_3\frac{2+x}{2-x}\right)$	1. нечетная 2. четная 3. не является ни четной ни нечетной
4	Найти промежуток убывания функции $y=2lnx^3-5x+\frac{x^2}{2}$	1. (0;2) 2. $[3;+\infty)$ 3. (2;3) 4. [2;3]
5	Найдите уравнение касательной к графику функции $y=\frac{x^2-1}{e^{3-x}}$ в точке с абсциссой $x_0=2$	1. $y=7x-11$ 2. $y=\frac{7}{e}x-\frac{11}{e}$ 3. $y=-\frac{e}{7}x+\frac{11}{e}$
6	Сравните значения выражений: $\frac{1}{2}+lg3\ \ и\ \ lg19-lg2$	1. $\frac{1}{2}+lg3\ =\ lg19-lg2$ 2. $\frac{1}{2}+lg3\ >\ lg19-lg2$ 3. $\frac{1}{2}+lg3\ <\ lg19-lg2$ 4. сравнить нельзя
7	Найдите наибольшее значение функции y на отрезке [- 1;1], если $y=3^{3x}-2\cdot 3^{2x}+9\cdot 3^{x-2}$	1. 3 2. 1 3. 0 4. 12
8	Какое из чисел больше: $log_3 4\ \ и\ \ log_2 5$	1. $log_3 4$ 2. $log_2 5$
9	Найдите сумму «нулей» функции $y=\left(\frac{x^2}{4}-2x-5\right)\cdot log_4(5-3x)$	1. $-2{,}5$ 2. $1\frac{1}{3}$ 3. $\frac{1}{3}$ 4. $-\frac{2}{3}$

Критерии оценивания тестовых заданий

9 вопросов	5 (отлично)	(14-15 ответов)
9 вопросов	4 (хорошо)	(11-13 ответов)
9 вопросов	3 (удов)	(10-8 ответа)

Контрольные вопросы:

1. Перечислите основные свойства степени.
2. Сформулируйте определение показательной функции.
3. Перечислите свойства показательной функции.
4. Изобразите схематически график показательной функции при а > 1.
5. Изобразите схематически график показательной функции при $0 <$ а < 1.
6. Сформулируйте определение логарифмической функции.
7. Перечислите свойства логарифмической функции.
8. Изобразите схематически график логарифмической функции при а > 1.
9. Изобразите схематически график логарифмической функции при $0 <$ а < 1

I. Решение показательных уравнений и неравенств

Цель работы:

1. Определение типов показательных уравнений и методов их решения, решение простейших показательных неравенств.
2. Обобщить и закрепить знания по данной теме.
3. Выполнить практические задания и ответить на контрольные вопросы.

Оборудование:

- таблицы степеней
- справочные материалы по алгебре
- учебники и дидактическая литература

Ход занятия:

Вспомогательный теоретический материал:

Определение. Уравнение вида $a^x = b$, где $a > 0, a \neq 1$, называется *показательным.*

Если $b > 0,$ то урвнение имеет единтсвенный корень, если $b \leq 0,$ то корней нет.

Способы решения показательных уравнений.

1. Приравнивание показателей.

Суть метода:

1. Уединить слагаемое, содержащее переменную;
2. Привести степени к одному основанию;
3. Приравнять показатели;
4. Решить полученное уравнение;
5. Записать ответ.

Пример:

$3^x - 27 = 0.$

$3^x = 27;$

$3^x = 3^3;$

$x = 3.$

Ответ: $x = 3$.

2. Вынесение общего множителя за скобки.

Примечание: выносим за скобки множитель с меньшим показателем.

Пример:

$3^x - 3^{x+3} = -78.$

$3^x\left(1 - 3^3\right) = -78;$

$3^x\left(1 - 27\right) = -78;$

$3^x\left(-26\right) = -78;$

$3^x = 3;$

$x = 1.$

Ответ: $x = 1$

3. Введение новой переменной

Как правило, уравнения, решаемые этим способом, сводятся к квадратным.

Пример: $4^{2x} - 5 \cdot 4^x + 4 = 0.$

Пусть $4^x = a$ тогда уравнение можно записать в виде:

$a^2 - 5a + 4 = 0;$

$D = 25 - 16 = 9;$

$$a_1 = \frac{5+3}{2} = 4;$$

$$a_2 = \frac{5-3}{2} = 1.$$

Сделаем обратную замену:

$4^x = 4$ или $4^x = 1$;

$x = 1$ или $x = 0$

Ответ: $x = 1$ или $x = 0$

4. Использование однородности

Определение: Показательные уравнения вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ называются однородными.

Суть метода: Так как показательная функция не может принимать значение, равное нулю, и обе части уравнения можно делить на одно и то же не равное нулю число, разделим обе части уравнения, например, на $b^{f(x)}$.

Пример: $2^x = 3^x$

Разделим обе части уравнения на $3^x \neq 0$:

$$\frac{2^x}{3^x} = \frac{3^x}{3^x};$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^x = 1;$$

$x = 0.$

Ответ: $x = 0$.

Определение. Показательным неравенством называется неравенство, в котором переменная содержится в показателе степени.

Решение простейших показательных неравенств.

Простейшими считаются показательные неравенства вида: $\mathbf{a^x < a^y}$, $\mathbf{a^x > a^y}$ ($a^x \le a^y$, $a^x \ge a^y$). Так же, как и при решении простейших показательных уравнений, одинаковые основания степеней опускают, но **знак** нового неравенства **сохраняют**, **если** функция $y = a^x$ является возрастающей **(a >1)**; **если** же показательная функция $y = a^x$ убывает **(0 < a < 1)**, то **знак** нового неравенства **меняют на противоположный**:

$a^x<a^y \rightarrow x < y$, если $\mathbf{a > 1}$; знак сохранен, так как функция возрастает;

$a^x < a^y \rightarrow x > y$, если $\mathbf{0 < a < 1}$; функция убывает – знак поменялся;

$a^x > a^y \rightarrow x > y$, если $\mathbf{a > 1}$; знак сохранен, так как функция возрастает

$a^x > a^y \rightarrow x < y$, если $\mathbf{0 < a < 1}$; функция убывает – знак поменялся.

<u>Примеры.</u>

Решить неравенство:

1) $\mathbf{4^{5-2x} < 0,25}$.

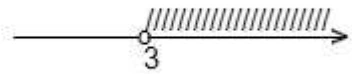
Представим правую часть в виде: $0,25 = ({}^{25}/_{100}) = ({}^{1}/_{4}) = 4^{-1}$;

$4^{5-2x} < 4^{-1}$; функция $y = 4^x$ с основанием $4 >1$ **возрастает на R**, поэтому, опуская основания степеней, знак неравенства сохраним:

$5-2x < -1$;

$-2x < -1-5$;

$-2x < -6$ |:(-2) при делении обеих частей неравенства на отрицательное число, знак неравенства меняют на противоположный: значит, $x >3$.



Ответ: $(3; +\infty)$.

2) $\mathbf{0,4^{2x+1} \ge 0,16}$.

Представим число 0,16 в виде степени числа 0,4. Получаем:

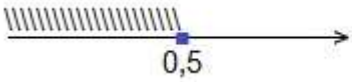
$0,4^{2x+1} \ge 0,4^2$; основание степеней – число **0,4** — удовлетворяет условию: $\mathbf{0 < 0,4 < 1}$; поэтому, опускаем основания степеней, а знак неравенства меняем на противоположный:

$2x+1 \le 2$;

$2x \le 2-1$;

$2x \le 1$ |:2

$x \le 0,5$.



Ответ: $(-\infty; 0,5]$.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Решите уравнения:

а. $7^{x} = 49$ **;**
б. $8^{x^2-2} = 64^{x}$ **;**
в. $5^{x-4} = 1$
г. $25^{x} = 7^{2x}$

2. Решите уравнение:

$$\left(\frac{16}{9}\right)^{x} = \left(\frac{3}{4}\right)^{5}$$

3. Найдите сумму корней уравнения

$$5^{2x} - 6 \cdot 5^{x} + 5 = 0$$

4. Решите неравенства:

а. $2^{x} \geq 4$
б. $0{,}6^{x^2+3x} \geq 0{,}6^{0}$

5. Найдите наибольшее целое решение неравенства

$$2^{x} + 2^{x+2} \leq 20$$

Вариант 2

1. Решите уравнения:

а. $2^{4x} = 8$ **;**
б. $9^{x-5} = 1$ **;**
в. $6^{4x^2-2x} = 36$
г. $27^{x} = 5^{3x}$

2. Решите уравнение:

$$\left(\frac{4}{25}\right)^{x+2} = \left(\frac{5}{2}\right)^{6}$$

3. Найдите сумму корней уравнения

$$2^{2x} - 6 \cdot 2^{x} + 8 = 0$$

4. Решите неравенства:

а. $2^{x} \leq 8$
б. $0{,}3^{x+4} \leq 0{,}3^{2}$

5. Найдите наименьшее целое решение неравенства

$$3^{x} + 3^{x+2} \succ 30$$

Вариант 3

1. Решите уравнения:

а. $3^{2x} = 81$**;**
б. $4^{3x} = 64^{x^2-6}$ **;**
в. $2^{3x+6} = 1$
г. $3^{6x} = 8^{6x}$

2. Решите уравнение:

$$\left(\frac{3}{7}\right)^{3-2x} = \left(\frac{49}{9}\right)^{-3}$$

3. Найдите сумму корней уравнения

$$3^{2x} - 6 \cdot 3^{x} - 27 = 0$$

Вариант 4

1. Решите уравнения

а. $4^{x} = 64$**;**
б. $3^{6-x} = 3^{3x-2}$**;**
в. $3^{x^2-4x} = 1$
г. $4^{x} = 9^{2x}$

2. Решите уравнение:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^{x} = \left(\frac{4}{25}\right)^{2}$$

3. Найдите сумму корней уравнения

$$2 \cdot 2^{2x} - 5 \cdot 2^{x} + 2 = 0$$

4. Решите неравенства: **а.** $3^x \le 81$ **б.** $0{,}5^{2x+4} \ge 0{,}5^{x-1}$ **5. Найдите наибольшее целое решение неравенства** $4^x + 4^{x+2} \le 68$	**4. Решите неравенства:** **а.** $5^x \succ 125$ **б.** $0{,}7^{x+8} \le 0{,}7^2$ **5. Найдите наименьшее целое решение неравенства** $5^x + 5^{x+2} \ge 650$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение показательного уравнения.
2. Методы решения показательных уравнений.
3. Определение показательного неравенства.
4. Способы решения показательного неравенства.
5. В каком случае меняется знак при решении показательного неравенства?

II. Решение логарифмических уравнений и неравенств

Цель занятия:

1. Определение типов логарифмических уравнений и методов их решения, решение простейших логарифмических неравенств.
2. Обобщить и закрепить знания по данной теме.
3. Выполнить практические задания и ответить на контрольные вопросы.

Оборудование:

- таблицы степеней
- справочные материалы по алгебре
- учебники и дидактическая литература
- таблицы со свойствами логарифмов

Ход занятия

Теоретический справочный материал.
Базовые понятия:

1. **Логарифм числа «в» по основанию «а»** – это показатель степени, в которую надо возвести «а», чтобы получить «в».
2. **Решить уравнение** – это значит найти все его корни или доказать, что их нет.
3. **Корнем уравнения** называется число, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство.
4. **Решением неравенства** называется множество чисел, при подстановке которых в неравенство получается верное числовое неравенство.

5. **Логарифмирование** – это переход от данного выражения к его логарифму.

6. **Потенцирование** – это переход от равенства, содержащего логарифмы, к равенству, не содержащему их.

7. **Логарифмическая функция** – это функция вида

   $y = \log_a b$, где $a > 0$, $b > 0$, $a \neq 1$

8. **Основные свойства**:

- Если $0 < a < 1$, то функция убывает, т.е. чем больше аргумент, тем меньше значение функции и наоборот (сформулируйте - как?)
- Если $a > 1$, то функция возрастает, т.е. чем больше аргумент, тем больше значение функции и наоборот (сформулируйте - как?)
- $a^x > 0$ для любого «x».

Входной контроль

ТЕСТ

Установите соответствие между выражениями правого и левого столбцов:

1. $\log_a b + \log_a c$	а) $n \log_a b$
2. $\log_a b - \log_a c$	б) $\log_a (bc)$
3. $\log_a x^n$	в) $\log_a (b-c)$
4. $a^{\log_a в} = в$	г) $\log_a(b+c)$
5. $\log_{a^n} в$	д) $n \log_a \lvert x \rvert$
	е) a
	ж) b
	з) $\log \frac{b}{c}$
	и) $\frac{1}{n} \log_a b$

Варианты заданий

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
1.$\log_2(3-x)=0$ 2.$\log_{\frac{1}{3}}(2x-4)=-2$ 3.$\log_2(1-3x)=3$ 4.$\log_{\frac{1}{2}}(2x-3)=-2$ 5.$\log_{\frac{1}{4}}(3x+1)=-2$ 6.$\lg(x^2-x+8)=1$ 7.$\log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x+1)=0$ 8.$\ln(4-x)=1$	1.$\log_2(x-7)=\log_2(11-x)$ 2.$\log_5(x^2-4x)=\log_5(3-2x)$ 3.$\log_3(x-5)=\log_3(2-x)$ 4.$\ln(x^2+2x-3)=\ln(6x-2)$ 5.$\lg(x+2)=\lg x^2$ 6.$\log_7(2x-1)-\log_7(x=1)=0$ 7.$\log_2(x+1)+\log_2 x=1$ 8.$\lg(x+1)+\lg(x-1)=\lg 3$ 9.$\log_2(3-x)+\log_2(1-x)$ 10.$\log_5(x+1)+\log_5(x+5)=1$	1.$\lg^2 x-6\lg x+5=0$ 2.$\ln^2 x+\ln x=8$ 3.$6\lg^2 x-1=\lg x$ 4.$6\lg^2 x+\lg x=1$ 5.$\log_2^2 x-\log_2 x-6=0$ 6.$\log_{\frac{1}{2}}^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x-2=0$ 7.$\log_3^2 x-10=3\log_3 x$ 8.$\lg^2(2x-1)=\lg(x-0,5)+\lg 2$

Контрольные вопросы:

1. Дать определение логарифмического уравнения.
2. Свойства логарифмов.
3. Методы решения логарифмических уравнений.
4. Способы решения логарифмических неравенств.
5. В каком случае меняется знак при решении неравенств.

Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве

Практическое занятие по теме: «Параллельность прямых и плоскостей»

Цель занятия:

1. Формирование логического мышления, пространственного воображения через решение задач;
2. Развить умение составлять наглядные рисунки для задач;
3. Воспитывать самостоятельные навыки.

Оборудование:

- учебники
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии.

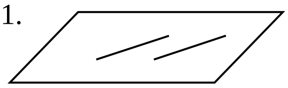
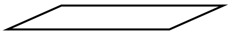
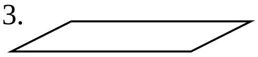
Ход занятия

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Выполнить задания по образцу.
3. Ответить на контрольные вопросы.

Задания для самоконтроля:

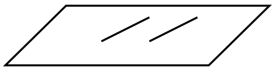
1) Сформулируйте определение параллельных прямых в пространстве

2) По данному образцу опишите все возможные способы построения плоскости и сделайте рисунки.

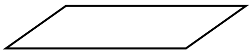
1. 	Через две параллельных прямые можно провести плоскость и притом только одну.
2. 	
3. 	

3) Докажите, что все прямые, пересекающие две данные параллельные прямые, лежат в одной плоскости.

Доказательство:



4) По образцу задачи №2 опишите три возможных случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве и сделайте рисунки.

5) Сформулируйте признак параллельности плоскостей в пространстве.

6) Даны две параллельные плоскости. Через точки A и B одной плоскости проведены параллельные прямые, пересекающие другую плоскость в точках A1 и B1. Найдите длину отрезка A1B1, если AB=a. Сделайте рисунок.

Решение:

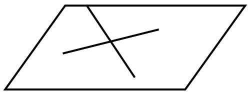
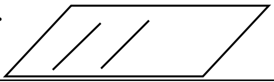
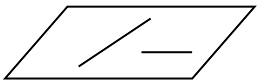
____

____

____

____

7) Укажите по рисунку случай взаимного расположения прямых в пространстве.

1. 	А. скрещивающиеся прямые.
2. 	В. Пересекающиеся прямые.
	С. Параллельные прямые.

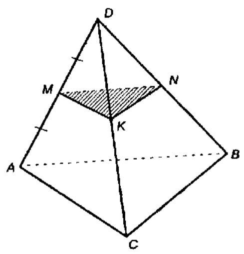
Ответ: 1_____, 2_____, 3_____

Образец выполнения заданий

1. Точка M лежит на середине ребра AD тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно основанию ABC.

Решение:

Т.к. секущая плоскость проходит параллельно основанию => отрезки параллельных плоскостей будут параллельны по свойству параллельности плоскостей (1°. Если 2-е параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения будут параллельны).

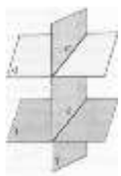


1. Построим через т. M, MN∥AB.

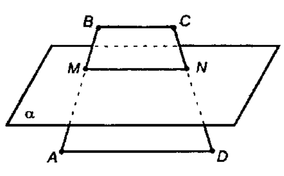
2. Построим через т. N, NK∥BC.

3. Соединим MK по 2*.

4. MNK - искомое сечение.



2. Средняя линия трапеции лежит в плоскости α. Докажите, что основания трапеции параллельны плоскости α.



Дано:

ABCD - трапеция
MN - средняя линия трапеции, MN ⊂α.

Доказать: BC∥α, AD∥α.

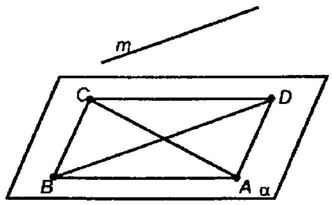
Доказательство:

Т.к. MN - средняя линия трапеции, то по свойству средней линии MN∥AD, MN∥BC =>

BC∥α, AD∥α по признаку параллельности прямой и плоскости (***Признак ∥ - ти прямой и плоскости).*** Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости), ч.т.д.

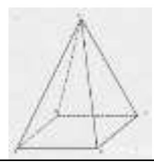
3. Прямая m параллельна диагонали BD ромба ABCD и не лежит в плоскости ромба. Докажите, что m и AC - скрещивающиеся прямые.

Дано:
ABCD - ромб
m ∥BD, m ⊄ α.
Доказать: m∸AC.
Доказательство:



Т.к. прямая m ∥ BD => m ∥ ABCD по признаку параллельности прямой и плоскости. По определению параллельных прямых m и BD лежат в одной плоскости, а т.к. AC BD в точке не лежащей на прямой m, то по признаку скрещивающихся прямых, m∸AC (**Признак (∸ прямых):** Если одна из 2-х прямых лежит в некоторой плоскости, а другая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся). ч.т.д.

Варианты заданий

I вариант	II вариант
1. Построить параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и найти пары: 1) параллельные прямые к AD; 2) скрещивающиеся прямые к AB.	1. Построить параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и найти пары: 1) параллельные прямые к C_1D_1 ; 2) скрещивающиеся прямые к A_1D_1.
2. Точка M лежит на середине ребра AD тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости BDC.	2. Точка M лежит на середине ребра DC тетраэдра DABC. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно плоскости ADB.
3. Точка M∉ плоскости параллелограмма ABCD. Доказать, что CD ABM.	3. Точка A∈ α и т.B ∈ α, а точка C∉ α. Докажите, что прямая проходящая через середины AC и BC ∥ -на плоскости α.
4. Даны параллелограмм ABCD и трапеция ABEK с основанием EK, не лежащие в одной плоскости. Докажите, что AD∸EK.	4. Дан параллелограмм ABCD м точка S∉ ABCD. Точки M и N - середины SB и SC. Доказать, что MN∸CD.
5. Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Точки K,L,M и N середины сторон AD,BC, B_1C_1 и A_1D_1 соответственно. Докажите, что плоскость KLMN ∥ ABB_1A_1.	5. Дана четырехугольная пирамида SABCD. Точки K,L,M и N - середины ребер SA,SB,SC и SD соответственно.  Докажите, что плоскость KLMN ∥ ABCD.

Практическое занятие по теме: «Перпендикулярность прямых и плоскостей»

Цель занятия:
1. Формирование логического мышления, пространственного воображения через решение задач;
2. Развить умение составлять наглядные рисунки для задач;
3. Воспитывать самостоятельные навыки

Оборудование:
- учебники;
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии

Ход занятия:
1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Ответить на контрольные вопросы.

1. 3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Известно, что прямые a и b параллельны, прямая a перпендикулярна плоскости α, прямая c лежит в плоскости α. Каково взаимное расположение прямых b и c? Сделайте чертеж и обоснуйте ответ
2. Дан прямоугольник со сторонами 3 и 4см, в точке пересечения диагоналей прямоугольника восстановлен перпендикуляр к плоскости прямоугольника, длина которого 1

Вариант 2

1. Длина наклонной 18 см. Угол между наклонной и плоскостью 30^0. Чему равна длина проекции наклонной на эту плоскость?
2. Дан прямоугольный треугольник со сторонами 3 и 4см, в вершине острого угла восстановлен перпендикуляр к плоскости треугольника, длина которого 7см. Найти расстояние от вершины перпендикуляра до вершин треугольника.

Вариант 3

1. Точки A и B расположены по одну сторону плоскости α, AC и BD – перпендикуляры к этой плоскости, AC=6 см, BD=3 см, CD=18 см. Найдите расстояние между точками A и B.
2. Дан прямоугольник со сторонами 3 и 4см, в точке пересечения диагоналей прямоугольника восстановлен перпендикуляр к плоскости прямоугольника, длина которого 7см. Найти расстояние от вершины перпендикуляра до сторон прямоугольника.

Вариант 4

1. Прямая a перпендикулярна каждой из двух пересекающихся прямых c и d, принадлежащих плоскости α. Прямая b параллельна прямой a. Как расположена прямая b по отношению к плоскости α? Сделайте чертеж ответ обоснуйте.

2. Из точки лежащей вне плоскости проведены к этой плоскости две наклонные под углом 30^0, равные $2\sqrt{3}$. Их проекции образуют между собой угол 120^0. Определить расстояние между основаниями наклонных.

Контрольные вопросы

1. Какие прямые в пространстве называются перпендикулярными?
2. Дайте определение перпендикулярности прямой и плоскости.
3. Сформулируйте признак перпендикулярности прямой и плоскости.
4. Сформулируйте теоремы о взаимном расположении прямых и плоскостей в пространстве.
5. Что такое перпендикуляр, опущенный из данной точки на плоскость?
6. Что называется расстоянием от точки до плоскости?
7. Что такое наклонная, проведенная из данной точки к плоскости? Что такое проекция наклонной?
8. Сформулируйте теорему о трёх перпендикулярах.

Раздел 4. Основы тригонометрии

Практическое занятие по теме: «Тригонометрические функции числового аргумента»

Цель занятия:

1. Корректировать умение применять тригонометрические формулы при преобразовании тригонометрических выражений.
1. Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

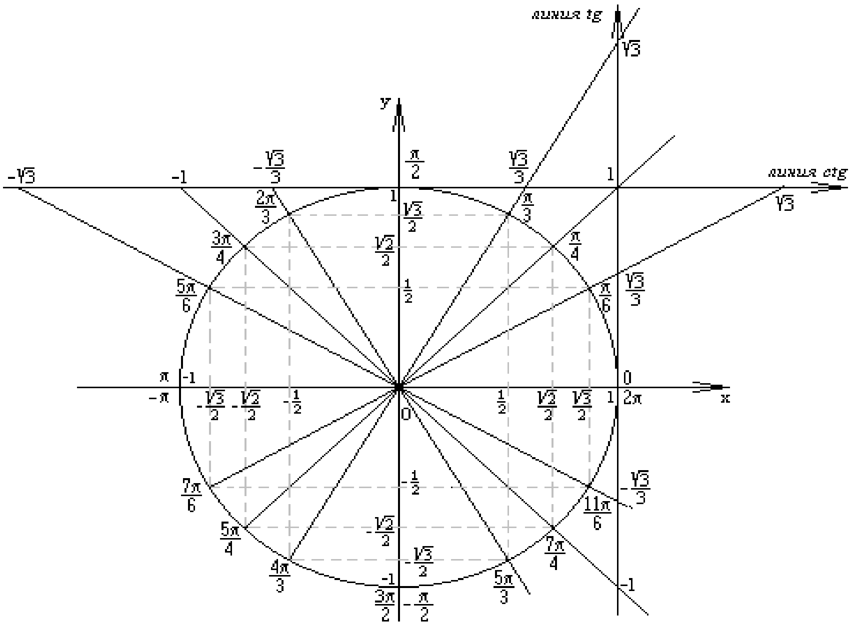
- таблицы значений тригонометрических функций некоторых углов;
- таблицы формул тригонометрии;
- тригонометры;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Под руководством преподавателя выполнить упражнения тренировочного раздела.
2. Изучить условие заданий для практического занятия.
3. Ответить на контрольные вопросы

Опорный чертеж

На рисунке совмещены декартова система координат и окружность единичного радиуса. Окружность «эквивалентна» понятию координатной прямой (начало отсчета – точка пересечения окружности с положительной частью оси Ox, положительное направление – против часовой стрелки, единичный отрезок выражен через число π). На окружности отмечены точки, полученные при повороте радиуса окружности, совпадающего с положительной частью оси Ox, на различные углы α. Абсциссы этих точек – $cos\,\alpha$, ординаты – $sin\,\alpha$. Дополнительно проведены две касательные к окружности (линии тангенса и котангенса).



Тренировочный раздел

Тема: **«Основные тригонометрические формулы»**

1. Основное тригонометрическое тождество $sin^2\alpha + ... = ...$ выполняется при любых значениях α.
2. Упростите выражения: а) $1 - cos^2\alpha$; б) $(1 - sin\alpha)(1 + sin\alpha)$.
3. Следствием из основного тригонометрического тождества является формула, выражающая $sin\alpha$ через $cos\alpha$: $sin\alpha = ...$
4. Найдите значение тригонометрической функции $cos\alpha$, если известно, что $sin\alpha = \dfrac{3}{5},\ 0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$.
5. Тангенсом угла α называется отношение **...** угла α к его **...**: $tg\alpha = ...$
6. Из определения тангенса и котангенса следует: $tg\alpha ctg\alpha = ...$
7. Соотношение между тангенсом и косинусом одного и того же угла $1 + tg^2\alpha = ...$, когда $cos\,\alpha ....$
8. Формула $tg\alpha = \dfrac{sin\alpha}{cos\,\alpha}$ не имеет смысла при $\alpha = ...$
9. Преобразуйте выражения: а) $tg\alpha\, cos\alpha$; б) $\dfrac{sin\alpha}{tg\alpha}$; в) $sin^2\beta - sin^2\beta\, cos^2\beta$.
10. Упростите: а) $\dfrac{cos\,\alpha}{1 + sin\alpha} + \dfrac{1 + sin\alpha}{cos\,\alpha}$; б) $\dfrac{1 + tg^4\alpha}{tg^2\alpha + ctg^2\alpha}$.

11. Докажите тождество: $\dfrac{ctg\alpha}{tg\alpha + ctg\alpha} = cos^2\alpha$.

Тема: **«Формулы приведения»**

1. Знаки тригонометрических функций:

2. Четность и нечетность тригонометрических функций:
   $sin(-\alpha) = ...;$ $\quad cos(-\alpha) = ...;$ $\quad tg(-\alpha) = ...$
   Вывод: четной функцией является **...**.
3. Найдите значения выражений: а) $sin(-30^0)$; б) $cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$; в) $tg\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)$.
4. Тригонометрические функции углов вида $\dfrac{\pi}{2} \pm \alpha,\ \pi \pm \alpha,\ \dfrac{3\pi}{2} \pm \alpha,\ 2\pi \pm \alpha$ могут быть выражены через функции угла α с помощью формул приведения:
   $sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = ...;$ $\quad cos\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = ...;$ $\quad tg\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = ...;$ $\quad ctg\left(\dfrac{\pi}{2} - \alpha\right) = ...;$
   $sin(180^0 + \alpha) = ...;$ $\quad cos(180^0 + \alpha) = ...;$ $\quad tg(180^0 + \alpha) = ...;$ $\quad ctg(180^0 + \alpha) = ...;$
   $sin(360^0 - \alpha) = ...;$ $\quad cos(360^0 - \alpha) = ...;$ $\quad tg(360^0 - \alpha) = ...;$ $\quad ctg(360^0 - \alpha) = ...;$
   $sin\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) = ...;$ $\quad cos\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) = ...;$ $\quad tg\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) = ...;$ $\quad ctg\left(\dfrac{3\pi}{2} + \alpha\right) = ...$
5. Вычислите: а) $sin 240^0$; б) $tg 300^0$; в) $sin\left(\pi + \dfrac{\pi}{6}\right)tg\left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)$;
   г) $sin\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)cos\left(\dfrac{3\pi}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)tg\left(\pi - \dfrac{\pi}{6}\right)$; д) $tg\left(\dfrac{3\pi}{2} + \dfrac{\pi}{6}\right)sin\left(\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{3}\right)cos\left(\pi - \dfrac{\pi}{6}\right)$.

Тема: **«Формулы сложения»**

1. Для любых α и β справедливы равенства: а) $sin(\alpha + \beta) = sin\alpha\, cos\beta + ...$;
   б) $cos(\alpha - \beta) = cos\alpha\, cos\beta + ...$; в) $tg(\alpha + \beta) = ...$
2. Вычислите: а) $sin 75^0$; б) $cos 105^0$.
3. Упростите: а) $cos 33^0 cos 63^0 - sin 33^0 sin 63^0$; б) $sin\dfrac{5\pi}{7}cos\dfrac{2\pi}{7} + cos\dfrac{5\pi}{7}sin\dfrac{2\pi}{7}$;
   в) $sin 27^0 20' cos 32^0 40' + cos 27^0 20' sin 32^0 40'$; г) $\dfrac{tg 73^0 - tg 13^0}{1 + tg 73^0 tg 13^0}$.

Тема: **«Формулы двойного угла»**

1. $sin2\alpha = 2....$
2. $tg2\alpha = \frac{2tg\alpha}{...}$.
3. Упростите: а) $\frac{sin2\alpha}{sin\alpha}$; б) $(sin\alpha - cos\alpha)^2$.
4. Вычислите: а) $2sin75^0 cos75^0$; б) $sin15^0 cos15^0$; в) $\frac{1-ctg^2 15^0}{2ctg15^0}$.

Тема: **«Формулы суммы и разности тригонометрических функций»**

1. Формула суммы синусов двух углов: $sin\alpha + sin\beta = 2....$
2. Формула разности косинусов двух углов: $cos\alpha - cos\beta = 2....$
3. Формула суммы тангенсов двух углов: $tg\alpha + tg\beta = \frac{...}{cos\alpha\, cos\beta}$.
4. Преобразуйте в произведения: а) $sin15\alpha + sin3\alpha$; б) $cos27\alpha + cos17\alpha$; в) $cos5^0 - cos15^0$; г) $sin^2 43^0 - sin^2 13^0$.
5. Упростите: а) $\frac{sin7\alpha + sin\alpha}{cos7\alpha + cos\alpha}$; б) $\frac{cos4\alpha + cos6\alpha}{cos\alpha + cos9\alpha}$; в) $tg3\alpha - tg\alpha$.
6. Докажите тождества:
   а) $\frac{sin56^0 + sin14^0}{cos56^0 + cos14^0} = ctg55^0$;
   б) $\frac{sin3\alpha + sin7\alpha}{cos3\alpha + cos7\alpha} = ctg\left(\frac{\pi}{2} - 5\alpha\right)$.
7. Докажите, что $sin20^0 + sin40^0 - cos10^0 = 0$.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Дано: $cos\alpha = -0{,}6;\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Найдите:

а) $sin\alpha$; б) $sin2\alpha$; в) $tg\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

2. При всех допустимых значениях α докажите тождество $\frac{cos\alpha - cos5\alpha}{sin5\alpha + sin\alpha} = tg2\alpha$.

Вариант 2

1. Упростите выражение $\frac{2sin(\pi-\alpha)cos\alpha}{cos(\pi+\alpha)sin^3\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) - sin(\pi-\alpha)cos^3\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$.

2. Докажите тождества:

а) $\frac{1 - cos2t + sin2t}{1 + sin2t + cos2t} = tgt$; б) $cos\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right) + cos\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right) = cos\alpha$.

Вариант 3

1. Дано: $sin\alpha = 0{,}8;\ \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Найдите:

а) $cos\alpha$;   б) $sin2\alpha$;   в) $tg\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$.

2. При всех допустимых значениях α докажите тождество $\frac{sin3\alpha - sin\alpha}{cos3\alpha + cos\alpha} = tg\alpha$.

Вариант 4

1. Упростите выражение $\frac{cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)sin^3(\pi - \alpha) - cos(\pi + \alpha)sin^3\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{2\,sin\alpha\, cos(2\pi - \alpha)}$.

2. Докажите тождества:

а) $\frac{1 + cos\,2t - sin\,2t}{1 + sin\,2t + cos\,2t} = tg\left(\frac{\pi}{4} - t\right)$;   б) $sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = cos\alpha + cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right)$.

Вариант 5

1. Вычислите $sin(\alpha + \beta)$, если $cos\alpha = -\frac{8}{17}$, $cos\beta = \frac{4}{5}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi$.

2. При всех допустимых значениях α упростите выражение:

а) $1 + cos\,2\alpha - 2\,sin^2\alpha$;   б) $\frac{2\,sin^2\alpha}{1 + cos(\pi - 2\alpha)} - sin^2\alpha$.

Вариант 6

1. Найдите $tg(\alpha + \beta)$, если $tg\alpha = \frac{3}{4}$, $cos\beta = \frac{3}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$.

2. Упростите выражение при всех допустимых значениях α:

а) $\frac{2\,cos\alpha - sin\,2\alpha}{sin^2\alpha - sin\alpha + cos^2\alpha}$;   б) $\frac{2\,cos^2\alpha}{1 - sin(1{,}5\pi + 2\alpha)} - cos^2\alpha$.

Контрольные вопросы

1. Что такое угол в 1 радиан?
2. Дайте определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла α.
3. Как зависят знаки $sin\alpha,\ cos\alpha,\ tg\alpha,\ ctg\alpha$ от того, в какой координатной четверти расположена точка P_α? Назовите эти знаки.

Раздел 5. Комбинаторика

Практическое занятие по теме: «Элементы комбинаторики»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Комбинаторика».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование:

- справочный материал по теме;
- микрокалькуляторы;
- учебники.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Ответить на контрольные вопросы.
4. Ответить на контрольные вопросы.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Сколькими способами можно выбрать в группе из 20 человек четверых на 4 должности?
2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 2, а на второй – нечестное число?
3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,5, у второго – 0,6. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.
4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: 1,5,5,8,10.
5. Найти дисперсию выборки: 3,8,5,6.

Вариант 2

1. Сколькими способами можно поставить на полке 8 книг?

2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 1, а на второй – нечетное число?

3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,4, у второго – 0,8. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: 3,10,12,12,18.

5. Найти дисперсию выборки: 4,7,3,9.

Вариант 3

1. Сколькими способами можно выбрать в группе из 30 человек троих на 3 должности?

2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 3, а на второй – нечестное число?

3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,3, у второго – 0,8. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.

4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: -8,-8,-5,-5,0,2.

5. Найти дисперсию выборки: 4,1,3,2,2.

Вариант 4

1. Сколькими способами можно поставить на полке 10 книг?
2. Брошены 2 игральных кубика. Какова вероятность того, что на первой кости выпало число 6, а на второй – нечестное число?
3. Вероятность попадания по цели при одном выстреле у первого орудия равна 0,1, у второго – 0,9. Найти вероятность того, что по цели попадет хотя бы одно орудие после того, как оба сделают по одному выстрелу.
4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки: -4,-4,0,2,9,9.
5. Найти дисперсию выборки: 3,2,1,1,5.

Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определения: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.
2. Запишите формулы для вычисления: а) размещения; б) сочетания; в) перестановки.
3. Дайте классическое определение вероятности события.
4. Приведите примеры событий, которые в условиях данного опыта являются
   1) случайными; 2) достоверными; 3) невозможными.
   Каковы вероятности этих событий?
5. Сформулируйте определение: а) случайной величины; б) дискретной случайной величины; в) непрерывной случайной величины; г) закона распределения случайной величины.
6. Сформулируйте определения: а) математического ожидания; б) дисперсии.
7. Свойства математического ожидания и дисперсии.

Раздел 6. Координаты и векторы

Практическая работа по теме: «Декартовы координаты в пространстве»

Цель занятия:

1. Закрепить знания и совершенствовать умения по нахождению координат точек и координат векторов;
2. Нахождение скалярного произведения векторов;
3. Выполнять простейшие задачи в координатах.

Оборудование:

- учебники;
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Ответить на контрольные вопросы.

2. 3. Оформить отчет о работе.

Образец выполнения заданий

1. Найдите:

а) длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если точка A(3;-1;5) и B(2;3;-4)
б) скалярное произведение векторов

Решение:

а) $\overrightarrow{AB}\{2-3;3-(-1);-4-5\}=\{-1;4;-9\}$

$|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{(-1)^2+4^2+(-9)^2}=\sqrt{1+16+81}=\sqrt{98}$

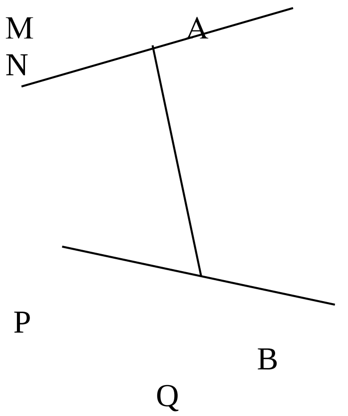
б) $\vec{a}\cdot\vec{b}=3\cdot 0+0\cdot(-1)+(-1)\cdot 2=-2$

Ответ:

б) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-2$

2. **Даны точки** M(2;-1;3), N(-4;1;-1), P(-3;1;2) и Q(1;1;0). Вычислить расстояние между серединами отрезков MN и PQ (на рис. AB)

Решение



A

B $\left(\frac{-3+1}{2};\frac{1+1}{2};\frac{2+0}{2}\right)=(-1;1;1)$

AB=$\sqrt{(-1-(-1))^2+(1-0)^2+(1-1)^2}=\sqrt{0+1+0}=1$

3. Определить вид Δ ABC, если A(2;4;-1), B(4;8;-2) и C(0;0;0)

Решение:

Найдем длины сторон треугольника AB, BC и AC

AB=$\sqrt{(4-2)^2+(8-4)^2+(-2-(-1))^2}=\sqrt{4+16+1}=\sqrt{21}$

BC=$\sqrt{(0-4)^2+(0-8)^2+(0-(-2))^2}=\sqrt{16+64+4}=\sqrt{84}$

AC=$\sqrt{(0-2)^2+(0-4)^2+(0-(-1))^2}=\sqrt{4+16+1}=\sqrt{21}$

AB=AC => Δ ABC равнобедренный

Ответ: Δ ABC равнобедренный

Варианты заданий

Вариант 1

1. Найдите координаты ортогональных проекций точек A(1; 3; 4) и B(5; -6; 2) на а) плоскость Oxy; б) плоскость Oyz; в) ось Ox; г) ось Oz.
2. На оси z найдите точку, равноудаленную от двух точек A(-2; 1; 4) и B(3; 0; 1).
3. Найдите длину отрезка, соединяющего точки а) A(2; 0; -1) и B(3; -2; 1) ; б) A(1; 2; 3) и B(-1; 0; 5)

Вариант 2

1. Найдите координаты ортогональных проекций точек A(2; -6; 5) и B(-3; 4; -1) на

а) плоскость Oxz; б) плоскость Oxy; в) ось Oy; г) ось Ox.

2. На оси у найдите точку, равноудаленную от двух точек A(1; -3; 7) и B(5; 7; -3).
3. Найдите длину отрезка, соединяющего точки а) A(6; -2; 3) и начало координат ; б) A(1; 2; 3) и B(x; 2; -3)

Контрольные вопросы

1. Нарисовать систему координат в пространстве и отметить на ней название координатных осей, единичные вектора;
2. Записать какие координаты имеют единичные вектора;
3. Дать определение радиус-вектора
4. Записать формулы координат середины отрезка, длины вектора и расстояние между двумя точками
5. Записать формулы скалярного произведения через длины векторов и координаты векторов.

Практическое занятие по теме: «Векторы в пространстве»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Координаты и векторы в пространстве». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники;
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Даны точки A (3; – 1; 2) и B (5; 1; 1). Найдите:

а) координаты вектора $\overline{AB}$; б) $|\overline{AB}|$.

2. Даны векторы $\bar{a}$ (– 2; 3; 1) и $\bar{b}$ (4; – 1; 2). Найдите:

а) координаты вектора $2\bar{a} - \bar{b}$;

б) при каком значении *y* и *z* вектор $\bar{c}$ (8; *y*; *z*) и вектор $\bar{a}$ коллинеарны?

3. Найдите скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если:

а) $\bar{a}$ (2; – 4; 1), $\bar{b}$ (3; 2; – 1); б) $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 4$, $\cos(\bar{a}\,\bar{b}) = \frac{1}{6}$.

4. Найдите значение *m*, при котором векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны, если $\bar{a}$ (2; – 4; *m*), $\bar{b}$ (3; – 1; 5).

1. Найдите cos ∠φ между векторами $\bar{a}$ (2; 3; – 1) и $\bar{b}$ (3; – 1; 2).

Вариант 2

1. Даны точки А (3; – 1; 2) и В (5; 1; 1). Найдите:
   а) координаты вектора $\overline{BA}$; б) $|\overline{BA}|$.
2. Даны векторы $\bar{a}$ (– 2; 3; 1) и $\bar{b}$ (4; – 1; 2). Найдите:
   а) координаты вектора $\bar{a} + 3\bar{b}$;
   б) при каком значении y и z вектор $\bar{c}$ (8; y; z) и вектор $\bar{b}$ коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если:
   а) $\bar{a}$ (– 2; 3; 1), $\bar{b}$ (– 1; – 1; 4); б) $|\bar{a}|$ =2, $|\bar{b}|$ = 5, cos $(\bar{a}\,\bar{b})$ = 0,1.
4. Найдите значение m, при котором векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны, если $\bar{a}$ (3; 2; – 1), $\bar{b}$ (2; m; – 2).
5. Найдите cos ∠φ между векторами $\bar{a}$ (3; 2; – 1) и $\bar{b}$ (– 1; 2; 3).

Вариант 3

1. Даны точки А (3; – 1; 5) и В (4; 1; 3). Найдите:
   а) координаты вектора $\overline{AB}$; б) $|\overline{AB}|$.
2. Даны векторы $\bar{a}$ (3; – 4; 2) и $\bar{b}$ (– 2; 1; 6). Найдите:
   а) координаты вектора $2\bar{a} + \bar{b}$;
   б) при каком значении x и y вектор $\bar{c}$ (x; y; 5) и вектор $\bar{a}$ коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если:
   а) $\bar{a}$ (3; – 1; 2), $\bar{b}$ (2; 3; – 4); б) $|\bar{a}|$ = 2, $|\bar{b}|$ = 3, cos $(\bar{a}\,\bar{b}) = \frac{1}{2}$
4. Найдите значение m, при котором векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны, если $\bar{a}$ (3; – 1; m), $\bar{b}$ (2; 4; 3).
5. Найдите cos ∠φ между векторами $\bar{a}$ (– 1; 2; 3) и $\bar{b}$ (2; – 1; 3).

Вариант 4

1. Даны точки А (3; – 1; 5) и В (4; 1; 3). Найдите:
   а) координаты вектора $\overline{BA}$; б) $|\overline{BA}|$.
2. Даны векторы $\bar{a}$ (3; – 4; 2) и $\bar{b}$ (– 2; 1; 6). Найдите:
   а) координаты вектора $\bar{a} – 3\bar{b}$;
   б) при каком значении x и y вектор $\bar{c}$ (x; y; 5) и вектор $\bar{b}$ коллинеарны?
3. Найдите скалярное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$, если:
   а) $\bar{a}$ (1; – 2; 4), $\bar{b}$ (2; – 1; 3); б) $|\bar{a}|$ =5, $|\bar{b}|$ = 3, cos $(\bar{a}\,\bar{b})$ = 0,2.
4. Найдите значение m, при котором векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ перпендикулярны, если $\bar{a}$ (3; 2; – 1), $\bar{b}$ (m; 3; 1).
5. Найдите cos ∠φ между векторами $\bar{a}$ (3; – 1; 2) и $\bar{b}$ (3; 2; – 1).

Контрольные вопросы

1. Дайте определение вектора.
2. Что мы понимаем под: а) длиной или модулем вектора, б) направление вектора?
3. Какие векторы называются: а) равными; б) коллинеарными; в) противоположными?

4. Объясните, что мы называем: а) суммой, б) разностью двух векторов? Как их построить?
5. Какие свойства сложения векторов вы знаете?
6. Что мы понимаем под произведением вектора на число?
7. Какие свойства произведения вектора на число вы знаете?
8. Дайте определение скалярного произведения двух векторов.
9. Как построить прямоугольную систему координат: а) на плоскости; б) в пространстве?
10. По какой формуле вычисляется скалярное произведение двух векторов в координатах?
11. По какой формуле вычисляется угол между двумя векторами в координатах?

Раздел 7. Функции и графики

Практическое занятие по теме: «Функции, их свойства и графики»

Цель работы:

1. Обобщить теоретические знания по теме: «Функции, свойства и графики».
2. Рассмотреть алгоритмы решений заданий по теме: «Функции, свойства и графики»,
3. Ответить на контрольные вопросы.

Оборудование:

- справочные материалы по алгебре;
- микрокалькуляторы;
- учебники.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практического занятия.
2. Выполнить практические задания
3. Ответить на контрольные вопросы:

Варианты заданий

Вариант 1

1. Построить графики функций: $y = x^2$; $y = x^2-3$; $y = (x+2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y = x^5-x^3$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x) =$ и $g(t) = 3t^2+1$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y = 6x-7$
5. Вычислите: $f(-2)$, если $f(x) = x^3+5$

Вариант 2

1. Построить графики функций: $y = x^2$; $y = x^2+3$; $y = (x-2)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y = x^6-x^4$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x) = x^2+5$ и $g(t) = t+4$. Найдите функцию $f(g(t))$.
4. Найдите функцию обратную данной функции $y = 5x+13$

5. Вычислите: f(-2), если $f(x) = x^3+5$

Вариант 3

2. Построить графики функций: $y = x^2$; $y = x^2 -1$; $y = (x+3)^2$
3. Выяснить, является ли функция $y = x^4- x^3$ чётной, нечётной или другой.
4. Даны функции $f(x) = 5t^4 + 8$ и $g(t) = 3t^2-5$. Найдите функцию f(g(t)).
5. Найдите функцию обратную данной функции $y = x-12$
6. Вычислите: f(-12), если $f(x) = x^2-9$

Вариант 4

1. Построить графики функций: $y = x^2$; $y = x^2 -2$; $y = (x -3)^2$
2. Выяснить, является ли функция $y = x^2- x^3$ чётной, нечётной или другой.
3. Даны функции $f(x) =-7t^3 - 12$ и $g(t) = 4t^2 + 5$. Найдите функцию f(g(t)).
4. Найдите функцию обратную данной функции $y = x + 12$
5. Вычислите: f(-2), если $f(x) = x^3-18$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение функции. Приведите примеры пар переменных величин, связанных между собой некоторой функциональной зависимостью.
2. Перечислите способы задания функции.
3. Дайте определение графика функции.
4. Перечислите основные типы преобразования графиков функций.
5. Дайте определение функции непрерывной на отрезке и непрерывной в точке.
6. Дайте определение: а) возрастающей; б) убывающей; в) строго монотонной; г) невозрастающей; д) неубывающей; е) монотонной; ж) ограниченной снизу; з) ограниченной сверху; и) ограниченной; к) чётной; л) нечётной; м) периодической;   н) сложной; о) обратной функций.

Раздел 8. Многогранники и круглые тела

Практическое занятие по теме: «Многогранники»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Многогранники». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии.

Ход занятия:

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Площадь основания правильной четырехугольной призмы равна 625 см^2. Высота призмы равна $14\sqrt{2}$ см. Вычислите: а) длину диагонали призмы; б) площадь ее диагонального сечения.
2. Высота правильной треугольной пирамиды равна 6 см. Радиус окружности, описанной около ее основания, равен $4\sqrt{3}$ см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

Вариант 2

1. Основание прямой призмы – ромб со стороной 8 см и острым углом 60^0. Высота призмы равна 12 см. Вычислите: а) длины диагоналей призмы; б) площади диагональных сечений.
2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 8 см, а сторона ее основания – 12 см. Вычислите длину бокового ребра пирамиды.

Вариант 3

1. Основание прямой призмы – ромб. Диагонали призмы равны 8 см и 5 см. высота ее – 2 см. Вычислите: а) длину стороны основания; б) площадь основания призмы.
2. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12см, а высота боковой грани-15 см. Найдите боковое ребро.

Вариант 4

1. Площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы равна сумме площадей ее оснований. Вычислите длину бокового ребра призмы, если сторона ее основания равна 6 см.
2. Основание пирамиды - прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Высота пирамиды проходит через середину гипотенузы треугольника и равна гипотенузе. Найдите боковые ребра пирамиды.

Контрольные вопросы

1. Что называется многогранником?
2. Что называется призмой? Дайте определение граням, рёбрам и вершинам призмы.
3. Что называется параллелепипедом?
4. Сформулируйте теорему о диагоналях прямоугольного параллелепипеда.
5. Что называется пирамидой? Дайте определение апофемы пирамиды.
6. Что называется усечённой пирамидой?
7. Какой многогранник называется правильным?
8. Перечислите все правильные многогранники. Сколько у них граней, рёбер и вершин?

Практическое занятие по теме: «Тела вращения»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Тела вращения». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники;
- измерительные инструменты;
- справочный материал по геометрии.

Ход занятия

1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Прямоугольник, диагональ которого равна 25 см, а одна сторона 20 см, вращается вокруг меньшей стороны. Вычислите высоту полученного цилиндра.
2. Высота конуса 15 см, радиус основания – 20 см. Найти образующую конуса.
3. Радиус шара 12 см. На касательной плоскости лежит точка К, которая удалена от точки касания на 5 см. На каком расстоянии находится точка К от поверхности шара?

Вариант 2

1. Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота 3 м. Найти диагональ осевого сечения.
2. Высота конуса равна 16 см, а образующая – 20 см. Найти радиус основания конуса.
3. Секущая плоскость удалена от центра шара на расстояние 8 см, а радиус шара равен 10 см. Вычислите площадь сечения шара.

Вариант 3

1. Высота конуса равна 18 см, а радиус основания равен 24 см. Найти образующую конуса.
2. Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2, а площадь основания – 5 м^2. Найдите высоту цилиндра.
3. Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проведенной на расстоянии 29 см от центра шара.

Вариант 4

1. Высота цилиндра 12 см, радиус равен 10 см. Найти диагональ осевого сечения цилиндра.
2. Образующая конуса равна 15 см, а радиус основания равен 9 см. Найти высоту конуса.
3. Шар, радиус которого 41 дм, пересечен плоскостью на расстоянии 9 дм. Найдите площадь сечения.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение тела вращения.

2. Дайте определение цилиндра и его элементов.
3. Дайте определение конуса и его элементов.
4. Дайте определение сферы и его элементов.
5. Дайте определение шара и его элементов.
6. Какими фигурами являются сечения сферы и шара?

Практические занятия по теме: «Объемы многогранников»

I. Объем куба и прямоугольного параллелепипеда.

Цель занятия:

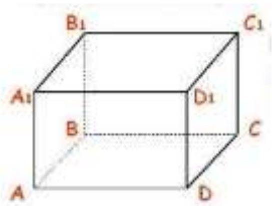
1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Объём куба и прямоугольного параллелепипеда». Закрепить и систематизировать знания по теме.
2. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.
3. Закрепить навык решения практических задач на вычисление объёмов куба и прямоугольного параллелепипеда.

Оборудование:
- учебники;
- справочный материал по геометрии;
- чертежные инструменты;
- модели куба и параллелепипеда.

Ход занятия:
1. Изучить условие заданий для практической работы.
2. Ответить на контрольные вопросы.
3. Оформить отчет о работе.

Объём куба и прямоугольного параллелепипеда.

Теоретическая часть



Многогранники могут иметь самую различную форму. Среди них выделяют **параллелепипеды**. Обычный, всем известный кирпич с точки зрения геометрии является параллелепипедом. Форму параллелепипеда имеют многие предметы, с которыми мы встречаемся в жизни, например, коробки, используемые для упаковки различных товаров.

- У параллелепипеда 8 вершин, 12 ребер и 6 граней.
- Каждая грань параллелепипеда - прямоугольник.
- Противоположные грани параллелепипеда равны.

Каждый параллелепипед имеет три **измерения: длину, ширину и высоту**. Среди всех параллелепипедов особую роль играет - куб.

Куб - это такой параллелепипед, у которого все ребра равны, поэтому все его грани - квадраты.

За единицу измерения объема принимается **объем единичного куба**, т.е. объем куба, длина ребра которого равна 1 единице длины.

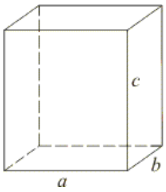
1 кубический сантиметр (1 см^3) - объем куба, длина которого равна 1 см. **1 кубический дециметр (1 дм^3)** - объем куба, длина которого равна 1 дм. **1 кубический метр (1 м^3)** - объем куба, длина которого равна 1 м.

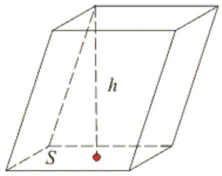
Теорема: объем прямоугольного параллелепипеда с измерениями, *a, b, c* вычисляется по формуле
$V = a \cdot b \cdot c$, $V = S_{осн} \cdot h$.

Теорема: объем наклонного (любого) параллелепипеда равен произведению площади основания *S* на высоту *h*: $V = S \cdot h$

Объем куба равен кубу (третьей степени) его ребра.

V = *a*^{3}





Пример 1. *Найдите объем параллелепипеда, измерения которого равны 6 мм, 10 мм и 15 мм.*
Решение: *6 × 10 × 15 = 900 (мм^3).*

Пример 2. Найдите объем куба, ребро которого равно 5 дм.
Решение: *5^3 = 5 ×5 ×5 = 125 (дм^3).*
Заметим, что единица объема, равная одному кубическому дециметру, имеет и другое название - **литр.** В литрах обычно измеряют объемы жидкостей и сыпучих веществ.

Варианты заданий

Вариант 1

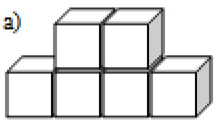
1 уровень

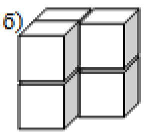
1. Выразите: а) в кубических дециметрах: 1 м^3; 1 литр.
б) в кубических сантиметрах: 1 дм^3; 1 м^3.

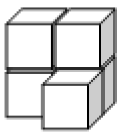
2.Ответьте **«да»** или «**нет».**

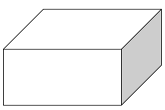
а) P = (*a* + *b*)·2	периметр прямоугольника	*в*) V = *a* · *b* · *c*	площадь прямоугольника
б) S = *a* · *a*	площадь квадрата	*г*) V = *a* · *a* · *a*	объём куба

3. Объём каждого маленького кубика 1 куб. ед. Найдите объём фигур, изображённых на рисунках.

а)


б)


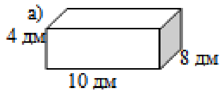
в)


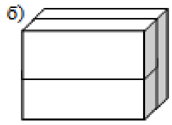
4.


Объём параллелепипеда равен 60 см^3.
Проставьте недостающий размер.

? 4 см
5 см

5. Каковы измерения параллелепипеда на рис. б), сложенного из 3 одинаковых брусков, изображённых на рис. а). Каков его объём?





2 уровень

6. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с ребрами 3 см, 5 см и 8 см.
а) 120 см^3; *б*) 60 см^3; *в*) 32 см^3; *г*) другой ответ.

7. Длина прямоугольной комнаты в 2 раза больше ширины и на 2 м больше высоты. Найдите объем комнаты, если ее длина равна 6 м.
а) 432 м^3; *б*) 144 м^3; *в*) 72 м^3; *г*) другой ответ.

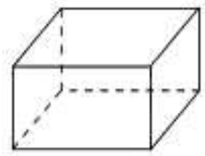
8. Найдите объем куба, если площадь его развертки равна 96 см^2.
а) 16 см^3; *б*) 64 см^3; *в*) 80 см^3; *г*) другой ответ.

9. Найдите ребро куба, если его объем равен 512 м^3.
а) 4 м; *б*) 8 м; *в*) 16 м; *г*) другой ответ.

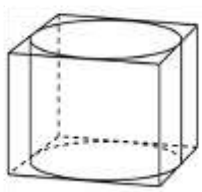
10. Как изменится объем параллелепипеда, если его длину увеличить в 4 раза, ширину увеличить в 6 раз, а высоту уменьшить в 8 раз?
а) увеличится в 3 раза; *б*) уменьшится в 12 раз; *в*) не изменится; *г*) другой ответ.

3 уровень

11. Три ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1; 0,5 и 16. Найдите ребро равновеликого ему куба.



12. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 1,5. Найдите объем параллелепипеда.



Вариант 2

1 уровень

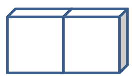
1. Выразите: *а*) в кубических дециметрах: 1 м^3; 1 литр.
б) в кубических миллиметрах: 1 см^3; 1 м^3.

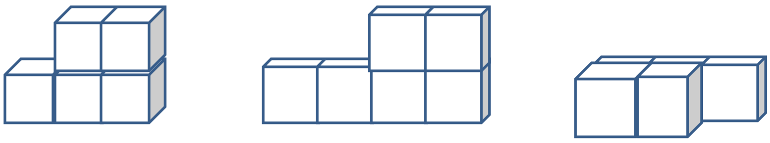
2.Ответьте **«да»** или **«нет».**

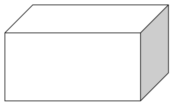
а) $P = 4a$	периметр прямоугольника	*в*) $V = a \cdot b \cdot c$	объём параллелепипеда
б) $S = a \cdot b$	площадь квадрата	*г*) $V = a^3$	объём куба

3. Объём каждого маленького кубика 1 куб. ед. Найдите объём фигур, изображённых на рисунках.

а) б) в)

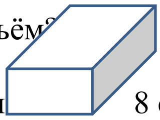


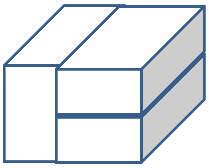


4. 

Объём параллелепипеда равен 40 см^3.
Проставьте недостающий размер.

5. *а*) б) Каковы измерения параллелепипеда на рис. б), сложенного из 3 одинаковых брусков, изображённых на рис. *а*). Каков его объём?





2 уровень

6. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда с ребрами 6 см, 3 см и 4 см.
а) 72 см^3; *б*) 13 см^3; *в*) 22 см^3; *г*) другой ответ.

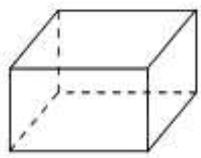
7. Длина прямоугольной комнаты в 3 раза больше ширины и на 2 м больше высоты. Найдите объем комнаты, если ее длина равна 6 м.
а) 432 м^3; *б*) 144 м^3; *в*) 48 м^3; *г*) другой ответ.

8. Найдите объем куба, если площадь его развертки равна 150 см^2.
а) 16 см^3; *б*) 125 см^3; *в*) 80 см^3; *г*) другой ответ.

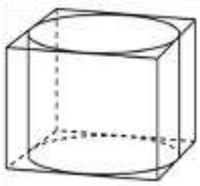
9. Найдите ребро куба, если его объем равен 729 м^3.
а) 9 м; *б*) 8 м; *в*) 16 м; *г*) другой ответ.

10. Как изменится объем параллелепипеда, если его длину увеличить в 5 раза, ширину увеличить в 8 раз, а высоту уменьшить в 10 раз?
а) увеличится в 4 раза; *б*) уменьшится в 12 раз; *в*) не изменится; *г*) другой ответ.

3 уровень



11. Площадь грани прямоугольного параллелепипеда равна 12. Ребро, перпендикулярное этой грани, равно 5. Найдите объем параллелепипеда**.**

12. 

Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 1. Объем параллелепипеда равен 5. Найдите высоту

Критерии оценки практической работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 5	13	Каждый правильный ответ 1 балл
6 - 12	21	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу – **34 балла**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« **5**» (отлично)	34 - 31
« **4**» (хорошо)	30 - 27
« **3**» (удовлетворительно)	26 - 24
« **2** « (неудовлетворительно)	менее 24

Контрольные вопросы

1. Дайте определение куба.
2. Дайте определение параллелепипеда.
3. Виды параллелепипедов.
4. Формулы для вычисления объема куба.
5. Формулы для вычисления прямоугольного параллелепипеда.

II. Объём призмы.

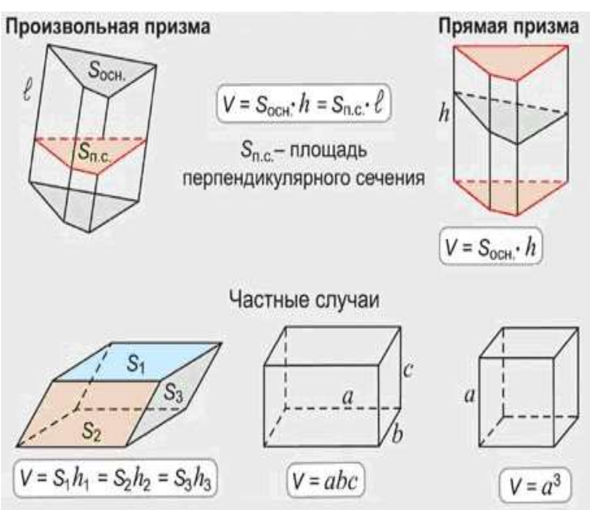
Цель занятия:
закрепить навык решения практических задач на вычисление объёмов призмы.

Оборудование:
- модели призм;
- справочные материалы по стереометрии;
- чертежные инструменты.

Ход занятия:

Теоретическая часть

Призмой называется многогранник, две грани которого(основания) – равные n – угольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные n граней (боковые грани) – параллелограмы.
Призма называется прямой, если все её боковые рёбра перпендикулярны основаниям. Призма называется правильной, если она прямая и её основания – правильные многоугольники.



Формулы для нахождения площадей фигур

a **$S = a \cdot b$** a **$S = a^2$**

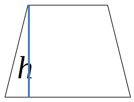
b a

a a $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ a $S = \frac{1}{2}$ $a \cdot b$

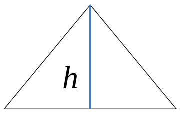
a b

a

$a \quad h$ $\quad S = \boldsymbol{a \cdot h}$



$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$



$S = \frac{1}{2}\boldsymbol{a \cdot h}$

Варианты заданий

Вариант 1

1 уровень

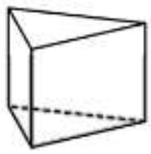
1. Выберите неверное утверждение.
   а) Объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту;
   б) Объём правильной треугольной призмы вычисляется по формуле V = a^2h, где a – сторона основания, h – высота призмы;
   в) Объём прямой призмы равен половине произведения площади основания на высоту.

2. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 2 и 3, боковое ребро равно 6. Найдите объём призмы.

3. Сторона основания правильной треугольной призмы равна 2√3 см, а высота – 5 см. Найдите объём призмы.
   а) 15√3 см^3; б) 45 см^3; в) 10√3 см^3; г) 12√3 см^3; д) 18√3 см^3.

2 уровень

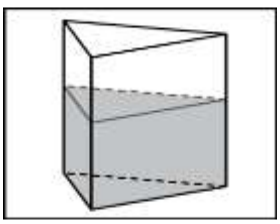
4. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5 и 8. Объем призмы равен 80. Найдите ее боковое ребро.



5. В основании правильной четырёхугольной призмы лежит квадрат со стороной 6 см. Диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 60^0. Найдите:
   1) диагональ основания призмы;
   2) диагональ призмы;
   3) высоту призмы;
   4) площадь боковой поверхности призмы;
   5) площадь полной поверхности призмы;
   6) объём призмы.

3 уровень

6. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 27 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 3 раза больше, чем у первого?



Вариант 2

1 уровень

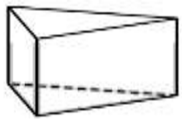
1. Выберите верное утверждение.
   а) Объём прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту;
   б) Объём правильной треугольной призмы вычисляется по формуле $V = a^2h$, где a – сторона основания, h – высота призмы;
   в) Объём прямой призмы равен половине произведения площади основания на высоту.

2. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 5, боковое ребро равно 4. Найдите объём призмы.

3. Сторона основания правильной треугольной призмы равна $3\sqrt{3}$ см, а высота – 4 см. Найдите объём призмы.
   а) $15\sqrt{3}$ см^3; б) 45 см^3; в) $27\sqrt{3}$ см^3; г) $12\sqrt{3}$ см^3; д) $18\sqrt{3}$ см^3.

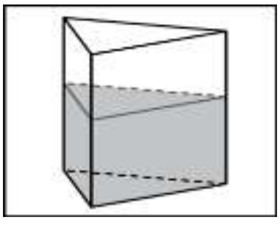
2 уровень

4. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 5. Объем призмы равен 60. Найдите ее боковое ребро.



5. В основании правильной четырёхугольной призмы лежит квадрат со стороной 6 см. Диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 30^0. Найдите:
   1) диагональ основания призмы;
   2) диагональ призмы;
   3) высоту призмы;
   4) площадь боковой поверхности призмы;
   5) площадь полной поверхности призмы;
   6) объём призмы.

3 уровень



6. В сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили воду. Уровень воды достигает 80 см. На какой высоте будет находиться уровень воды, если ее перелить в другой такой же сосуд, у которого сторона основания в 4 раза больше, чем у первого?

Критерии оценки практической работы

Задания	Баллы	Примечание

1 - 3	3	Каждый правильный ответ 1 балл
4 - 6	24	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу **– 27 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	Число баллов, необходимое для получения отметки
« **5**» (отлично)	27 - 24
« **4**» (хорошо)	23 - 21
« **3**» (удовлетворительно)	20 - 18
« **2** « (неудовлетворительно)	менее 18

III. Объём пирамиды.

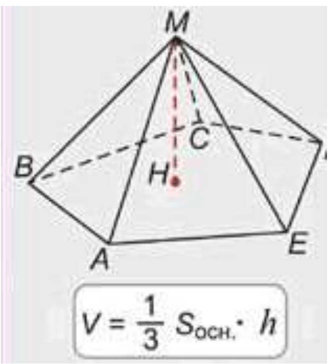
Цель занятия:
закрепить навык решения практических задач на вычисление объёмов пирамиды.

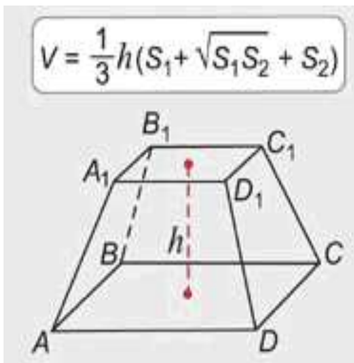
Оборудование:
- модели различных видов пирамид
- чертежные инструменты
- учебники

Теоретическая часть

Пирамида - многогранник, состоящий из плоского многоугольника, точки, не лежащей в плоскости этого многоугольника и всех отрезков, соединяющих эту точку с точками многоугольника.

Данная точка называется вершиной пирамиды, а плоский многоугольник - основанием пирамиды. Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания, называются **рёбрами**. **Высота** пирамиды - перпендикуляр, опущенный из вершины пирамиды на плоскость основания. **Апофема** - высота боковой грани правильной пирамиды. Пирамида, у которой в основании лежит правильный n-угольник, а основание высоты совпадает с центром основания называется **правильной** n-угольной пирамидой. **Осью** правильной пирамиды называется прямая, содержащая её высоту. Правильная треугольная пирамида называется тетраэдром. Если пирамиду пересечь плоскостью, параллельной плоскости основания, то она отсечет пирамиду, подобную данной. Оставшаяся часть называется **усеченной пирамидой.**





Варианты заданий

Вариант 1

1 уровень

1. Выпишите формулу для нахождения объёма пирамиды.

   а) V=$\frac{1}{3}$ $S_{осн}\cdot h$; б) V=$S_{осн}\cdot h$; в) V=$\frac{2}{3}$ $S_{осн}\cdot h$.

2. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в двадцать три раза?

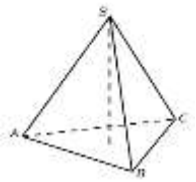
   а) в 23 раза; б) в 46 раз; в) в 69 раз.

3. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 1, а основание — прямоугольник со сторонами 4 и 6.

   а) 4; б) 8; в) 16.

4. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна $\sqrt{3}$.

   а) 1,25; б) 1; в) 0,25.



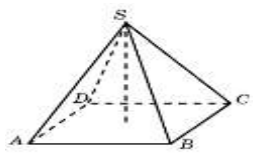
2 уровень

5. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 12 м, объем равен 200 м^3. Найдите боковое ребро этой пирамиды.

   а) 10 м; б) 13 м; в) 8 м.

6. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 3 см, а высота – 4 см.

   а) 12 см^3; б) 42 см^3; в) 8 см^3.

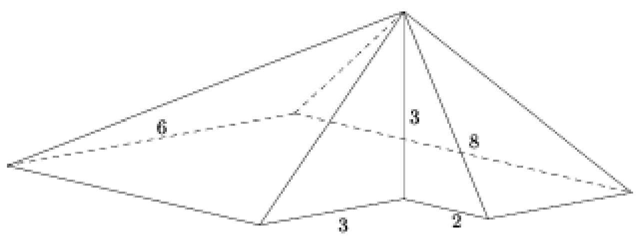


7. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 м, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 30˚.

   а) $12\sqrt{6}$ м^3; б) 36 м^3; в) $12\sqrt{3}$ м^3.

3 уровень

8. Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 3.
9. Вычислите площадь диагонального сечения правильной четырехугольной пирамиды, если её объём равен 9 см^3, а длина стороны основания равна 3 см.



Вариант 2

1 уровень

1. Выпишите формулу для нахождения объёма пирамиды.

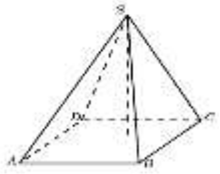
   а) V=$\dfrac{2}{3}$ $S_{осн}\cdot h$; б) V=$S_{осн}\cdot h$; в) V=$\dfrac{1}{3}$ $S_{осн}\cdot h$.

2. Во сколько раз увеличится объем пирамиды, если ее высоту увеличить в тридцать четыре раза?

   а) в 34 раза; б) в 17 раз; в) в 68 раз.

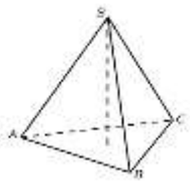
3. Найдите объем пирамиды, высота которой равна 6, а основание — прямоугольник со сторонами 3 и 4.

   а) 48; б) 24; в) 12.



4. Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 4, а объем равен $2\sqrt{3}$.

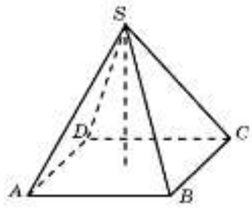
   а) 1,5; б) 3,5; в) 16.



2 уровень

5. В правильной четырехугольной пирамиде высота равна 6 м, объем равен 200 м^3. Найдите боковое ребро этой пирамиды.

   а) 86 м; б) $6\sqrt{6}$ м; в) $\sqrt{86}$ м.



6. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 2 см, а высота – 3 см.

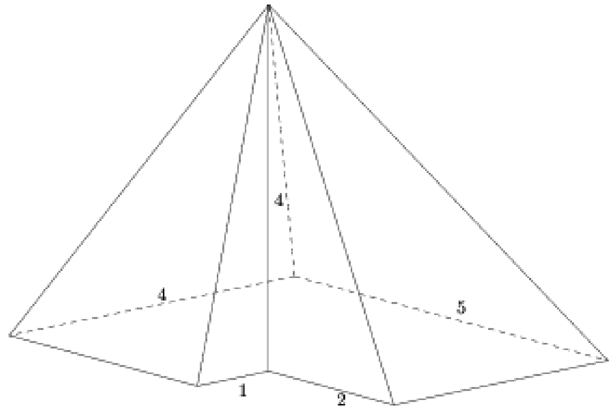
   а) 8 см^3; б) 4 см^3; в) 3 см^3.

7. Найдите объём правильной четырехугольной пирамиды, сторона основания которой равна 8 м, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60˚.

   а) $\dfrac{256}{3}$ м^3; б) $\dfrac{256\sqrt{6}}{3}$ м^3; в) $256\sqrt{6}$ м^3.

3 уровень

8. Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 4.



9. Вычислите площадь диагонального сечения правильной четырехугольной пирамиды, если её объём равен 16 см^3, а длина стороны основания равна 4 см.

Критерии оценки практической работы

Задания	Баллы	Примечание
1 - 4	4	Каждый правильный ответ 1 балл
5 - 9	15	Каждый правильный ответ 3 балла

Максимальный балл за работу **– 19 баллов**

Шкала перевода баллов в отметки

Отметка	**Число баллов, необходимое для получения отметки**
« **5**» (отлично)	19 - 17
« **4**» (хорошо)	16 - 15
« **3**» (удовлетворительно)	14 - 13
« **2** « (неудовлетворительно)	менее 13

Контрольные вопросы по теме

1 . Чему равны боковая и полная поверхности призмы?
2. Чему равны боковая и полная поверхности пирамиды?
3. Чему равны боковая и полная поверхности усечённой пирамиды?
4. Чему равны боковая и полная поверхности цилиндра?
5. Чему равны боковая и полная поверхности конуса?
6. Чему равны боковая и полная поверхности усечённого конуса?
7. По какой формуле вычисляются объёмы:
   а) призмы, б) прямоугольного параллелепипеда, в) куба?
8. Сформулируйте теорему об объёме пирамиды.
9. По какой формуле вычисляются объём усечённой пирамиды?
10. Сформулируйте теорему об объёме прямого кругового цилиндра.
11. Сформулируйте теорему об объёме конуса.
12. По какой формуле вычисляются объём усечённого конуса?
13. Сформулируйте теорему об объёме шара.
14. Сформулируйте теорему об объёме шарового сегмента, сектора.

Практическое занятие по теме: «Объемы и поверхности тел вращения»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Объемы и поверхности тел вращения»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.

3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.
4. Научиться применять на практике формулы для вычисления различных объемов и поверхностей.

Оборудование:

- модели цилиндра;
- модель конуса;
- измерительные инструменты.

Ход занятия

Инструкция к выполнению заданий:

1. Дана модель цилиндра. Измерить диаметр и высоту. Вычислить по формулам: радиус, площадь основания, площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности, объём:

$r = \frac{d}{2}$ $S_о = \pi r^2$ $S_б = 2\pi r h$ $S_{п.п} = 2 S_о + S_б$ $V_ц = \pi r^2 h$ (число $\pi \approx 3{,}14$)

2. Дана модель конуса. Измерить диаметр и образующую. Вычислить по формулам радиус, высоту, площадь основания, площадь боковой поверхности, площадь полной поверхности, объём.

$r = \frac{d}{2}$ $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ $S_о = \pi r^2$ $S_б = \pi r l$ $S_{пп} = S_о + S_б$ $V_к = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

3. Результаты измерений и вычислений занесите в отчётную таблицу:

№ п/п	*Оборудование*	*Измерения*	*Расчёты*	*Вывод*
1	модель цилиндра, линейка	Диаметр d=…… Высота h=……	$r = \frac{d}{2} =$……… $S_о = \pi r^2 =$……… $S_б = 2\pi r h =$ ….. $S_{пп} = = 2S_о + S_б =$ ……. $V_ц = \pi r^2 h =$…….	

2	модель конуса, линейка	Диаметр d=…… Образующая l=…….	$r = \frac{d}{2}$ =……… $h = \sqrt{l^2 - r^2}$ =……… $S_o = \pi r^2$ =…… $S_б = \pi r l$ =…… $S_{пп} = = S_o + S_б$ =…… $V_к = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ =……	

Контрольные вопросы

1. Приведите примеры моделей цилиндра и конуса из реальной жизни.
2. Что представляет собой сечение конуса плоскостью, перпендикулярной оси конуса?
3. Что представляет собой сечение цилиндра плоскостью, параллельной оси конуса?

Практическое занятие по теме: «Объем шара и площадь сферы»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Объем шара и площадь сферы»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.
4. Научиться применять на практике формулы для вычисления объема шара и площади сферы.

Оборудование:

- модель шара;
- измерительные инструменты;
- справочные материалы по стереометрии.

Ход занятия

Указания к выполнению практических заданий.

Теоретический материал

Шаром называется множество всех точек пространства, находящихся от данной точки на расстоянии, не больше данного R.

Радиусом шара называют всякий отрезок, соединяющий центр шара с точкой шаровой поверхности.

Отрезок, соединяющий две точки шаровой поверхности и проходящий через центр шара, называется **диаметром шара**.

Концы любого диаметра шара называются диаметрально противоположными точками шара. Отрезок, соединяющий две любые точки шаровой поверхности и не являющийся диаметром шара, называют **хордой шара**.
Объем шара равен V= πRR^2

Виды заданий

Вариант 1

1. Найти диаметр шара, если площадь его поверхности равна 289π.
2. В куб вписан шар. Найти площадь поверхности шара, если площадь полной поверхности куба равна $\frac{1170}{\pi}$.
3. Площадь поверхности шара равна 330. Найти площадь полной поверхности цилиндра, описанного около шара.
4. Объем шара равен 135. Найти объем другого шара, диаметр которого в 3 раза больше, чем у данного.
5. Площадь сечения шара плоскостью равна 15. Секущая плоскость отстоит от центра шара на $\sqrt{\frac{30}{\pi}}$. Найти площадь поверхности шара.
6. Через конец радиуса шара под углом 60° к нему проведена плоскость. Найти объем шара, если площадь полученного сечения равна $\sqrt[3]{36\pi}$.

Вариант 2

1. В куб вписан шар. Найти объем шара, если объем куба равен $\frac{156}{\pi}$.
2. Площадь поверхности шара равна 43. Найти площадь поверхности другого шара, объем которого в 27 раз больше объема данного шара.
3. Около шара описан цилиндр. Найти объем цилиндра, если объем шара равен 168.
4. Объем шара равен 12. Найти объем другого шара, у которого площадь поверхности в 9 раз больше, чем у данного шара.
5. Площадь сечения шара плоскостью равна 16π. Найти расстояние от плоскости сечения до центра шара, если объем шара равен $\frac{500\pi}{3}$.
6. Через конец радиуса шара проведена плоскость под углом 60° к нему. Площадь полученного сечения равна 11. Найти площадь поверхности шара.

Контрольные вопросы

1. Дайте определение шара.
2. Дайте определение элементам шара.
3. Что называется, сферой?
4. Назовите формулы для нахождения объема шара.
5. Назовите формулы для вычисления площади сферы.

Раздел 9. Начала математического анализа

Практическое занятие по теме: «Производная»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление производных алгебраических функций».

2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники;
- таблица производных элементарных функций;
- микрокалькуляторы

Ход занятия:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Сформулируйте определение производной функции.

   б) Сформулируйте правила вычисления производных алгебраических функций. По образцу выполнить тренировочные задания.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Указания к выполнению практических заданий

Пример 1. Решите неравенство: $\frac{f'(x)}{g'(x)} \le 0$, если $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x,\ g(x) = 2x - 1{,}5x^2$.

Решение. Пользуясь правилами дифференцирования алгебраических функций и формулами дифференцирования элементарных функций, вычислим производные:

$$f'(x) = \left(\frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x\right)' = \frac{1}{3}\left(x^3\right)' - 3\left(x^2\right)' + 5(x)' = x^2 - 6x + 5;$$

$$g'(x) = \left(2x - 1{,}5x^2\right)' = 2(x)' - 1{,}5\left(x^2\right)' = 2 - 3x.$$

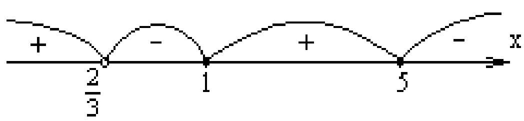
Таким образом, нужно решить неравенство:

$$\frac{x^2 - 6x + 5}{2 - 3x} \le 0.$$

Разложим числитель дроби на множители:

$$x^2 - 6x + 5 = 0,\ x_1 = 1,\ x_2 = 5;\quad x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5).$$

Неравенство $\frac{(x-1)(x-5)}{2-3x} \le 0$ методом интервалов.



Нули числителя: $x = 1$, $x = 5$. Нуль знаменателя: $x = \frac{2}{3}$.

О т в е т: $\left(\frac{2}{3};1\right] \cup [5;+\infty)$.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

   а) y = $5x^4 - 3{,}5x^2 + x + 6$; б) y = $\left(\frac{8}{x} + x^2\right)\sqrt{x}$; в) y = $\frac{1+x}{4-x^2}$; г) y = 2sin(3x+$\frac{\pi}{6}$)

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = \left(4 - \sqrt{x}\right)^2$.

Вариант 2

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

   а) у = $\frac{5}{x} - x^3 + \sqrt{x} + 3$; б) у = $(x^2 - 3x - 2)\sqrt{x}$; в) у = $\frac{1-x^2}{1-x^3}$; г) у = $(1\text{-}4x)^{12}$

2. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$.

Вариант 3

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

а) у $= 0{,}7x^5 - \frac{2}{3}x^3 + 0{,}75x^2 + \frac{1}{10}$; б) у $= (x+2)\sin x$; в) у $= \frac{x^2}{x+3}$; г) у = 4 $\cos(2\pi + 2x)$

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

Вариант 4

1. Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные функций:

   а) у $= 2x^{10} + 0{,}05x^4 - \frac{1}{7}x + 0{,}3$; б) у $= (4 - x^2)\cos x$; в) у $= \frac{\sin x}{2 - x^3}$; г) у $=(5x^2+4)^3$

2. Решите уравнение $f'(x) = 0$, если $f(x) = -\frac{x^5}{5} + \frac{10x^3}{3} - 9x$.

Практическое задание по теме: «Применение непрерывности и производной»

Физический смысл производной.

Цель работы:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме « Физический смысл производной»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме « Физический смысл производной»
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- инструкционно - технологические карты;
- таблица производных элементарных функций;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) В чем состоит механический смысл производной?
   б) Тело движется по прямой согласно закону *x(t)*. Запишите формулы для нахождения скорости и ускорения тела в момент времени *t*.
2. По образцу выполнить тренировочное задание.
3. Изучить условие заданий для практической работы.
4. Оформить отчет о работе.

Указания к выполнению практических заданий

Пример 1. Тело движется по прямой согласно закону $x(t)=t^3-2t+5$. Найдите скорость и ускорение точки в момент времени $t_0=4$.

Решение. Скорость движения – это производная от пути по времени, следовательно,

$$v(t)=x'(t)=\left(t^3-2t+5\right)'=3t^2-2.$$

Значит, в момент времени $t_0=4$ скорость данного движения такова: $v(4)=3\cdot 4^2-2=46$.

Так как нам известна скорость движения как функция времени, мы можем найти ускорение этого движения: $a(t)=v'(t)=\left(3t^2-2\right)'=6t$.

Значит, в момент времени $t_0=4$ ускорение данного движения равно: $a(4)=6\cdot 4=24$.

Ответ: 46; 24

Варианты заданий

Вариант 1

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону $x(t)=\frac{1}{3}t^3-5t^2$, равна

а) $\frac{1}{3}t^2-5t$; б) t^3-5t; в) t^2-10t; г) $\frac{1}{3}t^4-5t^3$.

2. Точка движется по прямой по закону $s(t)=2t^2-3t-1$. Её мгновенная скорость $v(3)$ равна:

а) 8; б) 6; в) 10; г) 9.

3. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону $s(t)=t^3-5t^2$ равно:

а) $2(3t-5)$; б) $9t^2-10$; в) $3t^2-10t$; г) $6t-8$.

4. Тело массой m движется по закону $x(t)=3\cos 3\pi t$. Сила, действующая на тело в момент времени $t=\frac{1}{3}$, равна:

а) 0; б) $27\pi^2 m$; в) $9\pi^2 m$; г) $9m$.

Вариант 2

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону $x(t)=\frac{1}{2}t^2-4t$, равна

а) $\frac{1}{2}t^2-4t$; б) t^2-4t; в) $\frac{1}{2}t^3-4t^2$; г) $t-4$.

2. Точка движется по прямой по закону $s(t)=4t^2-5t+7$. Её мгновенная скорость $v(2)$ равна:

а) 11; б) 13; в) 12; г) 10.

3. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону $s(t)=2t^2-t^3$ равно:

а) $6-6t$; б) $2(2-3t)$; в) $-3t^2+4t$; г) $-3t+4$.

4. Тело массой m движется по закону $x(t) = -2\sin 2\pi t$. Сила, действующая на тело в момент времени $t = \frac{1}{4}$, равна:

а) 0; б) $8m$; в) $8\pi^2 m$; г) $4\pi^2 m$.

Вариант 3

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону $x(t) = 3t^3 + 2t^2$, равна

а) $9t^2 + 4t$; б) $3t^2 + 2t$; в) $9t^2 + 2t$; г) $3t^4 + 2t^3$.

2. Точка движется по прямой по закону $s(t) = -t^2 + 10t - 7$. Её мгновенная скорость $v(1)$ равна:

а) 6; б) 8; в) 10; г) 9.

3. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 6t$ равно:

а) $t^2 - 6$; б) $3t - 1$; в) $2t$; г) $2t - 6$.

4. Тело массой m движется по закону $x(t) = 2\sin 4\pi t$. Сила, действующая на тело в момент времени $t = \frac{1}{8}$, равна:

а) 0; б) $16\pi^2 m$; в) $16m$; г) $-32\pi^2 m$.

Вариант 4

1. Скорость точки, движущейся по прямой по закону $x(t) = 2t^3 + \frac{1}{4}t^2$, равна

а) $2t^2 + \frac{1}{4}t$; б) $6t^2 + 0{,}5t$; в) $6t^2 + \frac{1}{4}t$; г) $6t^2 + 0{,}5$.

2. Точка движется по прямой по закону $s(t) = 3t^2 + 2t - 1$. Её мгновенная скорость $v(3)$ равна:

а) 18; б) 16; в) 20; г) 14.

3. Ускорение точки, движущейся по прямой по закону $s(t) = t^2 - t$ равно:

а) $2t - 1$; б) $t - 1$; в) $t^3 - t^2$; г) 2.

4. Тело массой m движется по закону $x(t) = -3\cos 2\pi t$. Сила, действующая на тело в момент времени $t = \frac{1}{2}$, равна:

а) $-12\pi^2 m$; б) 0; в) $-12m$; г) $12m$.

Контрольные вопросы

1. В чем состоит механический смысл производной?
2. Тело движется по прямой согласно закону *x(t)*. Запишите формулы для нахождения скорости и ускорения тела в момент времени *t*.

I. «Геометрический смысл производной»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Геометрический смысл производной»
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- учебники;
- таблица производных элементарных функций;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Ответить на контрольные вопросы:

   а) Дайте определение касательной к кривой в данной точке.

   б) Что такое угловой коэффициент касательной?

   в) В чем заключается геометрический смысл производной функции?

   г) Напишите уравнение касательной к кривой в данной точке.
2. Изучить условие заданий для практической работы.
3. Оформить отчет о работе.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x)=\frac{1}{2}x^2+1$, проходящей через точки с абсциссами $x_1=0, x_2=0{,}5$ равен:

а) 1,25; б) 0,25; в) 1,5; г) 0,625.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x$ в точке с абсциссой $x=1$ равен:

а) –1; б) $-2\frac{2}{3}$; в) 1; г) $\frac{1}{3}$.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x)=2\cos 2x-\sin 4x$ в точке с абсциссой $x=\frac{\pi}{4}$ равен:

а) 8; б) 2; в) –2; г) 0.

4. Уравнением касательной к графику функции $f(x)=\frac{3x^2+2}{x-1}$ в точке с абсциссой $x_0=0$ является:

а) $y=2x-2$; б) $y=2x+2$; в) $y=-2x+2$; г) $y=-2x-2$.

Вариант 2

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x) = 2x^2 - 1$, проходящей через точки с абсциссами $x_1 = -0{,}5, x_2 = 0$ равен:

а) –0,5; б) 0,25; в) –1; г) 0,75.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + x^3$ в точке с абсциссой $x = -1$ равен:

а) 3; б) 4; в) 7; г) $\frac{3}{4}$.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 3\sin 3x - \cos 2x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{6}$ равен:

а) $\sqrt{3}$; б) 10; в) $9 + \sqrt{3}$; г) 6.

4. Уравнением касательной к графику функции $f(x) = \frac{3 + 2x^2}{x + 1}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$ является:

а) $y = -3x + 3$; б) $y = 3x + 3$; в) $y = 3x - 3$; г) $y = -3x - 3$.

Вариант 3

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$, проходящей через точки с абсциссами $x_1 = 0{,}5, x_2 = 1$ равен:

а) 1,25; б) 0,25; в) 1,5; г) –0,75.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 2x^3 - \frac{1}{2}x^4$ в точке с абсциссой $x = -1$ равен:

а) 6; б) 4; в) 8; г) –0,75.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = \cos 3x - 2\sin 2x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{2}$ равен:

а) 0; б) 7; в) –1; г) 1.

4. Уравнением касательной к графику функции $f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 1}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$ является:

а) $y = 2x + 1$; б) $y = -2x - 1$; в) $y = 2x - 1$; г) $y = -2x + 1$.

Вариант 4

1. Угловой коэффициент секущей к графику функции $f(x) = 1 - 2x^2$, проходящей через точки с абсциссами $x_1 = -1, x_2 = -0{,}5$ равен:

а) 3; б) 0,25; в) 1,5; г) –2.

2. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = 3x + \frac{1}{6}x^3$ в точке с абсциссой $x = 1$ равен:

а) 4; б) 2,5; в) 1,5; г) 3,5.

3. Угловой коэффициент касательной к графику функции $f(x) = sin 6x + 2 cos 3x$ в точке с абсциссой $x = \frac{\pi}{3}$ равен:

а) 1; б) –1; в) 6; г) 0.

4. Уравнением касательной к графику функции $f(x) = \frac{1-3x}{x^2+1}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$ является:

а) $y = 3x + 1$; б) $y = 3x - 1$; в) $y = -3x + 1$; г) $y = -3x - 1$.

II. «Исследование функции и построение ее графика»
Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Исследование функции и построение ее графика».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности обучающихся.

Оборудование:

- таблицы производных элементарных функций;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

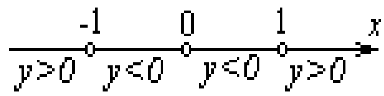
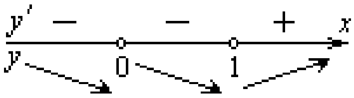
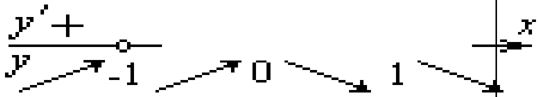
1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) Какую точку называют критической (стационарной) точкой функции?
   б) Сформулируйте признак возрастания (убывания) функции.
   в) Сформулируйте признак максимума (минимума) функции.
   г) Опишите схему исследования функции.
2. С помощью обучающей таблицы повторить план исследования функции и изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля (в таблице).
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

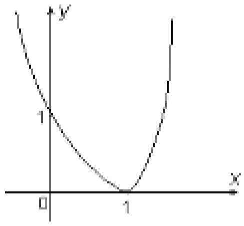
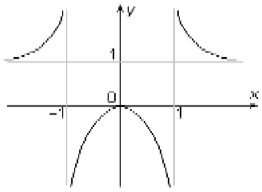
Обучающая таблица

Задание. Исследуйте и постройте графики функции:

а) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$; б) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$.

№ шага	План исследования Функции	Применение плана	
		а) $f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 1$	б) $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$
1	Находим область определения	$D(f) = R$	$x^2 - 1 = 0$, $x = \pm 1$,

	функции		$D(f)=(-\infty;-1)\cup(-1;1)\cup$ $\cup(1;+\infty)$
2	Исследуем функцию на четность, нечетность	$f(-x)=3x^4+4x^3+1\neq\pm f(x)$ $\Rightarrow$ функция ни четная, ни нечетная	$f(-x)=\dfrac{x^2}{x^2-1}=f(x)$ $\Rightarrow$ функция четная
3	Находим нули (корни) функции и промежутки её знакопостоянства	$3x^4-4x^3+1=0,\ (3x^4-3x^3)-$ $-(x^3-1)=0$, $(x-1)^2(3x^2+2x+1)=0$, $x-1=0,\ x=1$ - нуль функции	$\dfrac{x^2}{x^2-1}=0$, $x=$ 
4	Находим производную функции и её критические точки	$f'(x)=(3x^4-4x^3+1)'=12x^3-$ $-12x^2=12x^2(x-1)$, $f'(x)=0\Rightarrow x=0;1$ - критические точки функции	$f'(x)=\left(\dfrac{x^2}{x^2-1}\right)'=$ $=\dfrac{2x(x^2-1)-2x^3}{(x^2-1)^2}=-\dfrac{2x}{(x^2-1)^2}$ $f'(x)=0\Rightarrow x=0$ - критическая точка функции
5	Находим промежутки монотонности, точки экстремума и экстремумы функции	 $y'(-1)<0, y'(0{,}5)<0, y'(2)>0$ x=0 – не является точкой экстремума, x=1 – точка минимума, $y_{min}=y(1)=0$	 $y'(-2)>0, y'(-0{,}5)>0$, $y'(0{,}5)<0, y'(2)<0$, x=0 – точка максимума, $y_{max}=y(0)=0$
6	Находим предел функции при	$\lim\limits_{\Delta x\to\pm\infty}(3x^4-4x^3+1)=\infty$	$\lim\limits_{\Delta x\to\pm\infty}\dfrac{x^2}{x^2-1}=1$

7	$x \to \pm\infty$ Строим эскиз графика функции		

Варианты заданий

Вариант 1

1. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{x}{2}-x^4$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=2x^3-3x^2+5$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[0;3]$.

Вариант 2

1. Исследуйте функцию $f(x)=x^3-3x$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+1{,}5x^2$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=-x^4+2x^2+3$ на отрезке $[0;4]$

Вариант 3

1. Исследуйте функцию $f(x)=\frac{x^4}{4}-2x^2+5$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=2x^3-3x^2$ и постройте ее график.
3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^4-8x^2-9$ на отрезке $[-3;5]$

Вариант 4

1. Исследуйте функцию $f(x)=12x-x^3$ на максимум и минимум.
2. Исследуйте с помощью производной функцию $f(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{5}x^5$ и постройте ее график.

3. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $f(x)=x^3-3x$ на отрезке $[-1{,}5;2]$

Практическое занятие по теме: «Первообразная»

Цель занятия:

1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление первообразных функций».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:

- таблицы первообразных некоторых функций;
- микрокалькуляторы.

Ход занятия:

1. Ответить на контрольные вопросы:
   а) что называется первообразной функции?
   б) сформулируйте основное свойство первообразной.
   в) сформулируйте три правила нахождения первообразных.
   г) запишите формулу Ньютона-Лейбница
2. Изучить образцы решенных примеров.
3. Выполнить задания для самоконтроля.
4. Изучить условие заданий для практической работы.
5. Оформить отчет о работе.

Указания к выполнению практических заданий

Пример 1. Выясните, является ли $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x-1$ первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x$ на $\boldsymbol{R}$?

Решение. Находим

$$F'(x)=\left(\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x\right)'=\frac{2}{9}\cdot 3x^2-3\cdot 1+(-\sin x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x=f(x).$$

Следовательно, по определению $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+\cos x-1$ является первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-\sin x$ на $\boldsymbol{R}$.

Пример 2. Для функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\cos^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$.

Решение. По основному свойству первообразных любая первообразная функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\cos^2 x}$ записывается в виде $F(x)=2\cdot 2\sqrt{x}-tgx+C=4\sqrt{x}-tgx+C$.

Координаты точки $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$ графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению:

$$1+2\sqrt{\pi}=4\sqrt{\frac{\pi}{4}}-tg\frac{\pi}{4}+C.$$

Отсюда находим, что

$$1+2\sqrt{\pi}=2\sqrt{\pi}-1+C,$$
$$C=2.$$

Следовательно, уравнение искомой первообразной имеет вид: $F(x)=4\sqrt{x}-tgx+2$.

Пример 3.. Вычислите интеграл $\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx$.

Решение. Найдем множество всех первообразных для функции $-4x+4+x^2$:

$$F(x)=-4\cdot\frac{x^2}{2}+4\cdot x+\frac{x^3}{3}+C=-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}+C.$$

Пользуясь формулой Ньютона-Лейбница, получаем:

$$\int_{-2}^{2}\left(-4x+4+x^2\right)dx=\left(-2x^2+4x+\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{-2}^{2}=\left(-2\cdot 2^2+4\cdot 2+\frac{2^3}{3}\right)-\left(-2\cdot(-2)^2+4\cdot(-2)+\frac{(-2)^3}{3}\right)=$$

$$=\left(-8+8+\frac{8}{3}\right)-\left(-8-8-\frac{8}{3}\right)=21\frac{1}{3}.$$

О т в е т: $21\frac{1}{3}$.

Тест для самоконтроля

Выберите правильный вариант ответа.

1. Функция $F(x)=3x^2+0{,}5\cos 2x+5$ является первообразной для функции:

   а) $f(x)=6x-\sin 2x$; б) $f(x)=3x^3+0{,}5\cos 2x$; в) $f(x)=9x^3-2\sin 2x$.

2. Дана функция $g(x)=\frac{1}{\sin^2 x}-\frac{2}{\sqrt{x}}$. Первообразная для функции *g(x)*, график которой проходит через точку $\left(\frac{\pi}{4};2\sqrt{\pi}-1\right)$, это:

   а) $G(x)=-4\sqrt{x}-ctgx+4\sqrt{\pi}$; б) $G(x)=ctgx-4\sqrt{x}+2$; в) $G(x)=-ctgx-4\sqrt{x}+2$.

Варианты заданий

Вариант 1

1. Является ли функция $F(x)=x^2+3x+1$ первообразной для функции $f(x)=2x+3$ на ***R***?
2. Для функции $f(x)=3\tilde{o}^2-6\tilde{o}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1;4)$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: x = -1, x = 2, осью Ox и параболой y = 6+x^2

Вариант 2

1. Является ли функция $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 5x + 2$ первообразной для функции $f(x) = -x^3 + 5$ на $\boldsymbol{R}$?
2. Для функции $f(x) = 5\tilde{o}^4 - 6\tilde{o}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-1;4)$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: у = x^2+1, х = -1, х =1

Вариант 3

1. Является ли функция $F(x) = x^2 - x$ первообразной для функции $f(x) = 2x - 1$ на $\boldsymbol{R}$?
2. Для функции $f(x) = -4\tilde{o}^3 - 4$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(2;4)$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: у = 4х - x^2, у=0

Вариант 4

1. Является ли функция $F(x) = \frac{1}{x^2} - \sin x$ первообразной для функции $f(x) = -\frac{1}{x^3} - \cos x$ на $\boldsymbol{R}$?
2. Для функции $f(x) = 3\tilde{o}^4 - 6\tilde{o} - 1$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(-1;5)$.
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: у = 6х - x^2, у = 0

Контрольные вопросы

1. Что называется первообразной функции?
2. Сформулируйте основное свойство первообразной.
3. Сформулируйте три правила нахождения первообразных.
4. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.

Раздел 10. Интеграл и его применение

Практическое занятие по теме: «Интеграл»

Цель занятия:
1.Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление интегралов».
2.Закрепить и систематизировать знания по теме.
3.Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:
- учебники;
- таблицы основных интегралов.

Ход занятия:
1. Ответить на контрольные вопросы:
2. По образцу выполнить тренировочное задание.
3. Изучить условие заданий для практической работы.
4. Оформить отчет о работе.

Неопределённый интеграл.
Задание 1: составить таблицу основных формул и свойств неопределенных интегралов.
Форма выполнения задания: таблица.
Задание 2. Используя рассмотренные свойства неопределенного интеграла. Заполните пропуски.
Карточка «Заполни пропуски»

$\int\left(2x^5+\frac{2}{x^3}-\frac{3}{x}\right)dx=\square\cdot x^{\square}-\frac{\square}{x^{\square}}-3\cdot\square+C$ $\int(e^{2x}-\cos 3x)dx=\square\cdot e^{2x}-\square\cdot\square+C$
$\int\left(2\sin\frac{x}{5}-5e^{2x+\frac{1}{3}}\right)dx=\square\cdot\square-\square\cdot e^{\square}+C$ $\int\left(\frac{2x^4-4x^3+x}{3}\right)dx=\square\cdot x^{\square}-\square\cdot x^{\square}+\square\cdot x^{\square}+C$
$\int((x-3x)(1+2x))dx=\square\cdot x^{\square}-x^{\square}+C$ $\int\sin x\cos x\,dx=\square\cdot\square^{\square}+C$

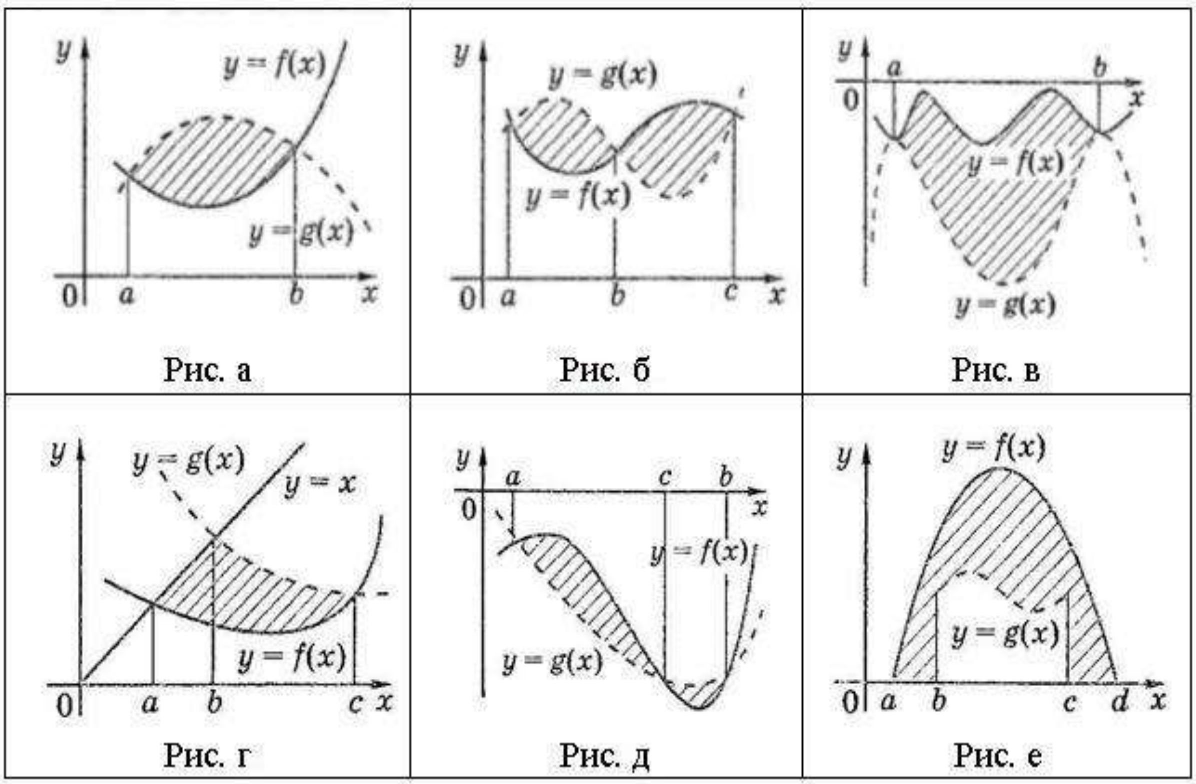
Форма выполнения задания: заполнение пропусков или вычисление интегралов.
Методы интегрирования.
Задание 1. Вычислить неопределенные интегралы по вариантам:

1. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2+25}}$, $\int\frac{dx}{1-x}$, $\int\sin(2x+3)dx.$	2. $\int e^{\frac{x}{4}}dx$, $\int\frac{dx}{1-5x}$, $\int\cos(5x+3)dx.$	3. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^5}}$, $\int\frac{dx}{1+9x}$, $\int e^{5x-7}dx.$
4. $\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-16}}$, $\int\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}}$, $\int\sqrt{(x^2+3)}dx.$	5. $\int\sqrt{x^2-16}dx$, $\int\frac{dx}{3-8x}$, $\int\frac{dx}{x^2-5}.$	6. $\int\sqrt{4-x^2}dx$, $\int\frac{dx}{\cos^2 x}$, $\int\sqrt{x^2+8}dx.$

Форма выполнения задания: вычисление интегралов.
Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.

Применение определённого интеграла для нахождения площади криволинейной трапеции.

Задание 1. Запишите формулы для вычисления площади заштрихованных фигур изображенных на рисунке.

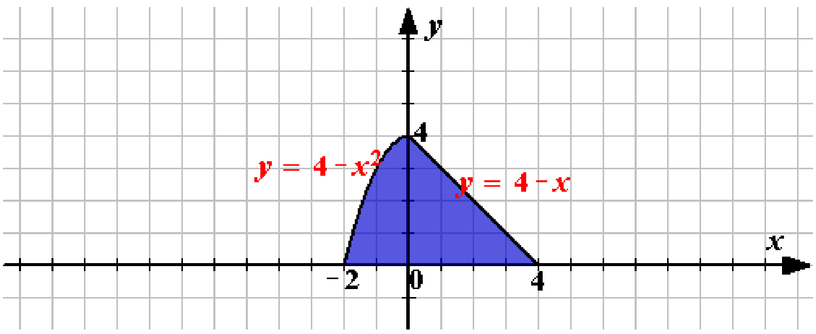


Вычислить площадь заштрихованной фигуры. Работа в парах. (по карточкам)

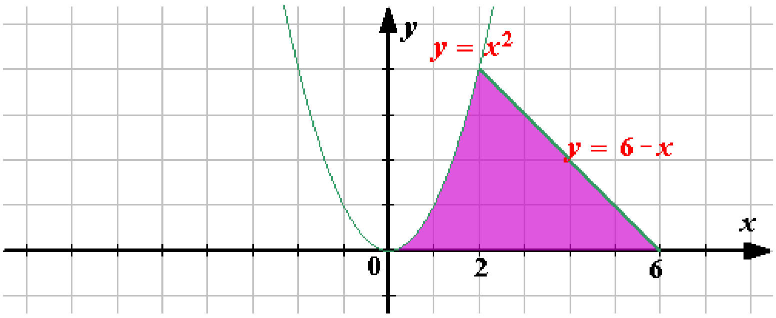
Варианты заданий

Вариант 1

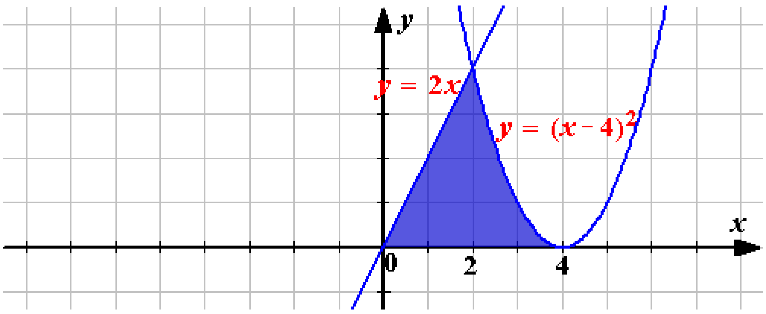
Вычислите площадь заштрихованной фигуры



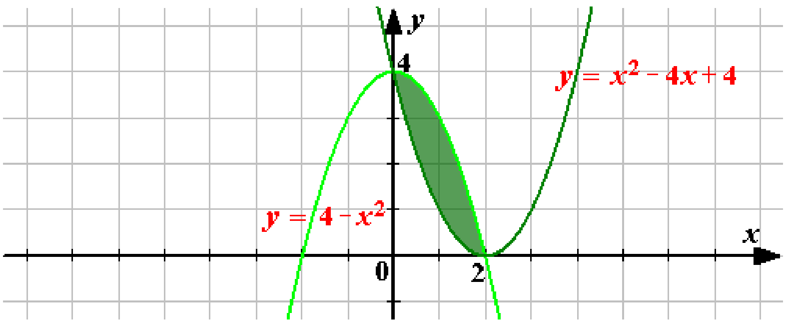
Вариант 2



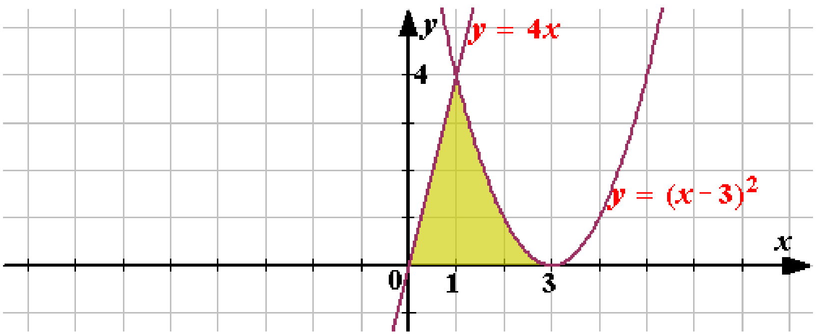
Вариант 3



Вариант 4



Вариант 5



Контрольные вопросы

1) Что называется первообразной?
2) Что называется неопределённым интегралом?
3) Как обозначается, читается неопределённый интеграл?

4) Что такое интегрирование?
5) Сформулировать 1 свойство неопределённого интеграла.
6) Сформулировать 2 свойство неопределённого интеграла.
7) Сформулировать 3 свойство неопределённого интеграла.
8) Дописать на доске (наверху) продолжение формулы $\int x^{\alpha}dx = \cdots.$
9) Дописать продолжение формулы $\int dx = \cdots.$
10) Дописать продолжение формулы $\int \frac{dx}{x} = \cdots.$
11) Дописать продолжение формулы $\int \sin x\, dx = \cdots.$
12) Дописать продолжение формулы $\int \cos x dx = \cdots.$
13) Дописать продолжение формулы $\int a^{x}dx = \cdots.$
14) Как обозначается (читается) определённый интеграл
15) Основные свойства определённого интеграла
16) Дописать формулу Ньютона – Лейбница $\int_a^b f(x)dx = \cdots.$

Раздел 11. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Практическое занятие по теме: «Вероятность и ее свойства»

Цель занятия:
1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление интегралов».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:
- канцелярские принадлежности,
- учебники
- справочный материал по мат. анализу

Ход занятия:
1. Ознакомиться с темой и целью работы.
2. Повторить краткий теоретический материал.
3. Выполнить входной контроль.
4. Ознакомиться с заданием работы.
5. Выполнить работу.
6. Ответить устно на вопросы для самоконтроля.

Входной контроль

Выполните тест

1. Какое из следующих событий достоверное:
а) попадание в мишень при трех выстрелах
б) появление 17 очков при бросании трех игральных костей
в) появление не более 18 очков при бросании трех игральных костей

2. Какое из событий является частью другого события:
а) попадание в мишень первым выстрелом
б) попадание в мишень, по меньшей мере, одним из четырех выстрелов
в) попадание в мишень не более чем 5 выстрелами

3. Событие А – «попадание в мишень первым выстрелом».
Событие В – «попадание в мишень вторым выстрелом».
В чем состоит событие А+В?

4. Для каждого из описанных событий определите, каким оно является: невозможным, достоверным или случайным: из 25 учащихся класса двое празднуют день рождение:

a. 30 января;

b. 30 февраля.

5. Укажите, какие из описанных пар событий являются совместными, а какие – несовместными: брошена игральная кость. На верхней грани оказалось:

a. 6очков и 5 очков;

b. 6 оков, четное число очков.

Краткий теоретический материал

Предмет теории вероятностей - изучение вероятностных закономерностей, возникающих при рассмотрении массовых однотипных случайных событий.

Событие - это любое явление, в отношении которого имеет смысл говорить, наступило оно или ненаступило, в результате определенного комплекса условий или случайного эксперимента. Обозначаются события заглавными латинскими буквами $A, B, \ldots$.

Вероятностью $P(A)$ события A называется отношение числа m – элементарных исходов испытания, благоприятствующих наступлению события A, к числу n – всех возможных элементарных исходов испытания.

$$P(A) = \frac{m}{n}$$

Пример 1. Найти вероятность, что при бросании монеты выпадет герб.

Решение. При бросании монеты имеются два равновозможных исхода: “выпадение герба” и “выпадение решки” $(n = 2)$. Для события A – “выпадение герба” благоприятен только один из них $m = 1$. Значит, вероятность $P(A) = \frac{1}{2}$.

Вероятность любого события заключена между нулем и единицей $0 \le P(A) \le 1$

Можно выделить следующие виды случайных событий:

Событие называется **достоверным,** если оно обязательно происходит при каждом осуществлении определенной совокупности условий. Вероятность достоверного события B равна единице: $P(B) = 1$.

Событие называется **невозможным,** если оно заведомо не произойдет ни при одном осуществлении данной совокупности условий. Вероятность невозможного события C равна нулю: $P(C) = 0$.

Событие называется **случайным,** если оно может произойти, а может и не произойти при осуществлении данной совокупности условий.

События называются **несовместными**, если их одновременное появление при осуществлении комплекса условий невозможно, т.е. появление события A в данном испытании исключает появление события B в этом же испытании.

События называются **единственно возможными**, если появление в результате испытания одного и только одного из них является достоверным событием.

События называются **равновозможными**, если есть основания считать, что ни одно из этих событий не является более возможным, чем другие.

Если событие A - какое-либо событие, то событие, состоящее в том, что событие A не наступило, называется **противоположным** событию A и обозначается как $\overline{A}$.

События, происходящие при реализации определенного комплекса условий или в результате случайного эксперимента, называются **элементарными исходами**.

Считается, что при проведении случайного эксперимента реализуется только один из возможных элементарных исходов.

1. **Сколькими способами можно расставить на полке 5 различных книг?**

Решение. Искомое число способов равно числу перестановок из 5 элементов (книг), т. е. $P_5 = 5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$.

2. **Сколько «слов» по две буквы можно составить из букв a, b, c, d, e, таким образом, чтобы буквы в «словах» не повторялись?**

Решение. Т.к. каждое «слово» должно содержать две буквы, то искомое число способов равно числу размещений из 5 элементов (букв) по две, т. е. $A_5^2 = \frac{5!}{(5-2)!} = \frac{5!}{3!} = 20$.

3. **Сколькими способами можно выбрать 1 красную гвоздику и 2 розовых из вазы, в которой стоят 10 красных и 4 розовых гвоздики?**

Решение. Так как порядок выбора цветов не имеет значения, то красную гвоздику можно выбрать $C_{10}^1 = \frac{10!}{1! \cdot (10-1)!} = \frac{10!}{9!} = 10$ способами. Выбрать две розовые гвоздики из имеющихся четырех можно $C_4^2 = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot 2} = 6$ способами. Поэтому букет из одной красной и двух розовых гвоздик можно составить, по правилу умножения, $C_{10}^1 \cdot C_4^2 = 10 \cdot 6 = 60$ способами.

4. **Набирая номер телефона, абонент забыл последние 3 цифры, и помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наугад. Найти вероятность того, что номер телефона набран правильно.**

Решение. Благоприятствующий исход здесь один – правильный набор последних цифр $(m = 1)$. Всех возможных исходов здесь будет столько, сколько можно составить комбинаций из 3 цифр, порядок которых имеет значение, значит $n = A_{10}^3 = 720$. Значит вероятность того, что номер набран правильно (событие A): $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{720}$.

5. **Среди 100 колес 5 нестандартных. Для контроля выбирается 7 колес. Найти вероятность того, что среди них ровно 3 будет нестандартных.**

Решение. Число всевозможных исходов равно количеству комбинаций из 100 колес по 7 штук, т.к. порядок значения не имеет, то $n = C_{100}^7$. Благоприятствующий исход состоит в выборе ровно 3 нестандартных колес из 5 и совместном выборе (7-3) стандартных колес из (100-5), порядок значения не имеет. По правилу произведения $m = C_5^3 \cdot C_{95}^4$. Следовательно, вероятность того, что среди взятых для контроля колес будет ровно 3 нестандартных (событие A): $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{C_5^3 \cdot C_{95}^4}{C_{100}^7} = \frac{17967600}{90345024} \approx 0{,}199$.

Варианты заданий

Вариант 1

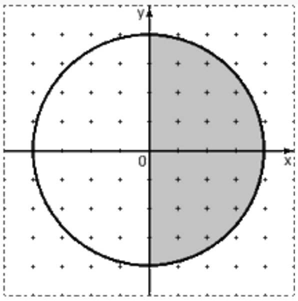
1. Бросают игральную кость. Найти вероятность того, что:
a) выпадет четное число очков
b) выпадет число очков, кратное трем.
2. В лотерее 2000 билетов. На один билет падает выигрыш 100 р., на четыре билета – выигрыш по 50 р., на 10 билетов – выигрыш по 20 р., на 20 билетов – выигрыш по 10 р., на 165 билетов – выигрыш по 5 р., на 400 билетов – выигрыш по 1 р. Остальные билеты невыигрышные. Какова вероятность выиграть по билету не менее 10 рублей?
3. Шесть шаров случайным образом раскладывают в три ящика. Найти вероятность того, что во всех ящиках окажется разное число шаров, при условии, что все ящики не пустые.
4. В прямоугольник 5*4 см^2 вписан круг радиуса 1,5 см. Какова вероятность того, что точка, случайным образом поставленная в прямоугольник, окажется внутри круга?

Вариант 2

1. Бросают игральную кость. Найти вероятность того, что:
c) выпадет нечетное число очков
d) выпадет любое число очков, кроме 5.
2. Набирая номер телефона, абонент забыл одну цифру и набрал её наугад. Найти вероятность того, что набрана нужная цифра.
3. Цифры 1, 2, 3, …, 9, выписанные на отдельные карточки складывают в ящик и тщательно перемешивают. Наугад вынимают одну карточку. Найти вероятность того, что число, написанное на этой карточке: а) четное; б) двузначное.
4. Внутри квадрата со стороной 10 см выделен круг радиусом 2 см. Случайным образом внутри квадрата отмечена точка. Какова вероятность того, что она попадет в выделенный круг?

Вариант 3

1. На каждой из пяти одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, м, р, т, ю. карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на четырех вытянутых по одной карточке можно прочесть слово «юрта».
2. В партии из 50 деталей имеется 3 бракованных. Определить вероятность того, что взятая наудачу деталь окажется стандартной.
3. В ящике находиться 4 белых и 1 черный шар. Наугад вынимают 2 шара. Найти вероятность того, что вынуты два белых шара.
4. Мишень имеет форму окружности радиуса 4. Какова вероятность попадания в ее правую половину, если попадание в любую точку мишени равновероятно? При этом промахи мимо мишени исключены.



Вариант 4

1. Абонент забыл последнюю цифру номера телефона и поэтому набирает её наугад. Определить вероятность того, что ему придётся звонить не более чем в 3 места?
2. Ребенок имеет на руках 5 кубиков с буквами А, К, К, Л, У. какова вероятность того, что ребенок соберет из кубиков слово «кукла»?
3. Из колоды карт в 36 листов наугад вынимают 2 карты. Какова вероятность того, что это дама треф и валет пик?
4. Дано: AB = 12 см, AM = 2 см, MN = 4 см. На отрезок AB случайным образом попадает точка X. Какова вероятность того, что X попадет на отрезок MB?

Контрольные вопросы

1. Что такое событие?
2. Что называют вероятностью события А?
3. Как вычислить вероятность наступления события?
4. Чему равна вероятность достоверного события? Невозможного события?
5. Что называют сочетанием? размещением? перестановкой?

Практическое занятие по теме: «Элементы математической статистики»

Цель занятия:
1. Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Вычисление интегралов».
2. Закрепить и систематизировать знания по теме.
3. Определить уровень усвоения знаний, оценить результат деятельности уч-ся.

Оборудование:
- канцелярские принадлежности,
- учебники
- справочный материал по теории вероятностей.

Ход занятия:
1. Ознакомиться с темой и целью работы.
2. Повторить краткий теоретический материал.
3. Выполнить входной контроль.
4. Ознакомиться с заданием работы.
5. Выполнить работу.
6. Ответить устно на вопросы для самоконтроля.

Глоссарий терминов по теме

«Элементы математической статистики»

1. **Статистика** – наука, область практической деятельности человека, которая изучает, обрабатывает и анализирует количественные данные о самых разнообразных массовых явлениях в жизни.
2. **Математическая статистика** – раздел математики, в котором разрабатываются математические методы для изучения количественных характеристик массовых явлений.

3. **Данные** – это результаты наблюдения, опроса, опыта, испытания, т.е. все то, что и составляет статистическую информацию.
4. **Статистическая совокупность** – совокупность (множество) объектов или явлений общественной жизни, характеризующаяся наличием некоторых общих признаков. Статистическая совокупность состоит из материально существующих объектов, например, группы работников, предприятия, страны, регионы.
5. **Единица совокупности** – каждая единица статистической совокупности
6. **Признак единицы совокупности** - это свойство, характерная черта единиц, объектов и явлений, которая может быть наблюдаема или измерена.
7. **Генеральная совокупность** - вся интересующая исследователя совокупность изучаемых объектов.
8. **Выборочная совокупность, или выборка**, - совокупность случайно отобранных из генеральной совокупности объектов, исследуемых с целью сделать вывод о генеральной совокупности в целом.
9. **Объем выборки** – число объектов выборки, или число единиц выборочной совокупности.
10. **Репрезентативность (представительность) выборки** – это полнота и адекватность представления генеральной совокупности.
11. **Среднее арифметическое** – числовая характеристика (показатель) выборки, представляющая собой сумму всех наблюденных значений, деленную на их количество (объем выборки). Среднее арифметическое показывает наиболее ожидаемый результат измерений.

Для таблицы распределения значений признака

Варианта, x_i	x_1	x_2	x_3	…	x_i
Кратность, n_i	n_1	n_2	n_3	…	n_i

расчет среднего арифметического производится так:

$$x_{\text{сред.}} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + \cdots + x_i n_i}{n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_i}$$

12. **Варианта признака** – это значение признака.

13. **Кратность варианты признака** – это число повторений варианты в ряду данных.

14. **Размах значений признака** - это разность между наибольшим и наименьшим этих значений

15. **Мода таблицы распределения признака** – это наиболее часто встречающееся значение признака.

16. **Медиана признака** – это серединное значение признака. Если ряд данных содержит четное количество значений признака, то медиану получают как среднее арифметическое двух средних значений.

Варианты заданий

Задание 1.

Составить таблицу распределения данных измерения роста студентов группы и рассчитать среднее арифметическое:

157,165,165,168,165,161,165,160,162,169,165, 171,
165170,170,175,173,170,177,182,186,182,160,173,162,174,177

Задание 2.
На соревнованиях по фигурному катанию судьи поставили спортсмену следующие оценки: 5,2; 5,4; 5,5; 5,4; 5,1; 5,1; 5,4; 5,5; 5,3.

Вычислить среднее арифметическое оценок.

Задание 3.
Два стрелка сделали 100 выстрелов. Первый выбил 8 очков 40 раз, 9 очков - 10 раз и 10 очков - 50 раз. Второй выбил 8, 9 и 10 очков соответственно - 10, 60 и 30 раз. Какой из стрелков стреляет лучше?

Задание 4.
Ниже указана среднесуточная переработка сахара (в тыс. ц) заводами сахарной промышленности некоторого региона
12,2 13,2 13,7 18,0 18,6 12,2 18,5 12,4 14,2 17,8
Вычислить среднее арифметическое оценок.

Задание 5.

Исследуется успеваемость студентов колледжа. В ходе проведения тестирования получены данные – баллы за работу: 5, 4, 2, 3, 5, 5, 4, 3, 5, 4, 3, 3, 3, 5, 2, 4, 4, 4,3 ,5 ,4 ,3 ,3 ,3 ,4 ,5 ,5. Составьте таблицу распределения признака: успеваемость в баллах, полученных в ходе исследования. Найдите среднее арифметическое выборки.

Тест

1. Число объектов выборочной или генеральной совокупности - это её:
А) Частота
Б) Отбор
В) Объем
Г) Среднее арифметическое

2. Совокупность объектов, процессов или явлений, из которых производится выборка, - это совокупность:
А) Серийная
Б) Бесповторная
В) Генеральная
Г) Повторная

3. Полнота и адекватность представления генеральной совокупности – это
А) Репрезентативность
Б) Бесповторность
В) Ожидаемость
Г) Повторность

4. Совокупность случайно отобранных из генеральной совокупности объектов, исследуемых с целью сделать вывод о генеральной совокупности в целом – это
А) Репрезентативность
Б) Отборка
В) Частота
Г) Выборка

5. Числовая характеристика выборки, представляющая собой сумму всех наблюденных значений, деленную на их количество – это

А) Репрезентативность
Б) Среднее арифметическое
В) Частота
Г) Медиана

Контрольные вопросы

1. Что называется, математической статистикой?
2. Дать определение статистической совокупности.
3. Что такое размах значений признака?
4. Мода таблицы распределения признака?
5. Дайте определение медианы признака.

Раздел 12. Уравнения и неравенства

Практическое занятие по теме: «Основные приемы решения уравнений»

«Корни уравнений. Равносильность уравнений. Преобразование уравнений»

Цель занятия:
1. Владение стандартными приемами находить корни.
2. Обобщать, систематизировать, видеть равносильность преобразования уравнений.

Оборудование:
- учебник для повторения теории по теме занятия [1];
- образцы решения примеров;
- варианты 1-2 для самостоятельной работы;
- таблица, основные формулы по теме;

Ход занятия:
1. Ознакомиться с темой и целью работы.
2. Повторить краткий теоретический материал.
3. Рассмотреть образец решения уравнений.
4. Ознакомиться с заданием работы.
5. Выполнить работу.
6. Ответить устно на вопросы для самоконтроля.

Образец решения различных видов уравнений

Пример 1
Уравнения $x^2-4=0$ *и* $(x+2)(2^x-4)=0$ - равносильны?
Решение:

$$x^2-4=0 \text{ } \textit{имеет корни } \boldsymbol{x=\pm 2}, \ \textit{т.к. } x^2=4;$$

$$(x+2)(2^x-4)=0, \ \textit{т.к. } x+2=0, \ \boldsymbol{x=-2}$$

$$\textit{и } 2^x=4, \ 2^x=2^2, \ \boldsymbol{x=2}.$$

Ответ: да , так как имеют одинаковые корни

Пример 2

Проверить на равносильность уравнения: $x^2+1=0 \ и \ \sqrt{x}+2=0$.
Решение:

$x^2+1=0$ – *не имеет корней в области действительных чисел*

$и \quad \sqrt{x}+2=0$ – *не имеет корней в области* $R=(-\infty;\ +\infty)$

Ответ: равносильны, так как они не имеют корней.

Пример 3

Определить уравнение-следствие при решении уравнений $x-2=3$ и $x^2-25=0.$
Решение:

Уравнение $x-2=3$ имеет корень 5, уравнение $x^2-25=0$ имеет корни $\pm 5.$ Так как корень уравнения $x-2=3$ является корнем уравнения $x^2-25=0$, то уравнение $x^2-25=0$ является следствием уравнения $x-2=3.$

Пример 4

Решить двумя способами уравнения и сделать вывод:

а) $\sqrt{x+11}=x-1;$

б) $\sqrt{x-5}=\sqrt{2-x}.$

Решение:

а) первый способ:

ОДЗ:

$x+11\geq 0$

$x\geq -11$

$(\sqrt{x+11})^2=(x-1)^2, \qquad x+11=x^2-2x+1$

$x^2-3x-10=0,$

$x_1=-2; \quad x_2=5.$

Оба корня принадлежат ОДЗ уравнения, но это не меняет сути дела и мы вынуждены выполнить проверку корней.

Проверка: при $x_1=-2,$ получим $\sqrt{-2+11}=-2-1$ - неверное равенство, $x_1=-2$ - посторонний корень;

при $x_2=5$, получим $\sqrt{5+11}=5-1$ или $4=4$ - верное равенство, 5 - корень исходного уравнения.

Ответ: 5

второй способ:

Исходное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x+11=(x-1)^2 \\ x-1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-2,\ x_2=5 \\ x\geq 1 \end{cases}$$

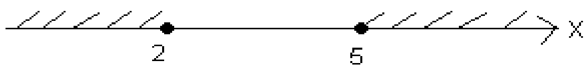
Решение системы исходного уравнения $x_2=5.$

Ответ: 5

б) первый способ:

ОДЗ:

$$\begin{cases} x-5\geq 0 \\ 2-x\geq 0 \end{cases} \langle=\rangle \begin{cases} x\geq 5 \\ x\leq 2 \end{cases}$$



Решений нет

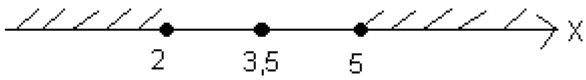
Значит, ОДЗ уравнения пустое множество, уравнение решений не имеет

Ответ: корней нет

второй способ:

Исходное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x-5=2-x \\ x-5\geq 0 \\ 2-x\geq 0 \end{cases} \qquad \langle=\rangle$$



$$\begin{cases} x=3{,}5 \\ x\geq 5 \\ x\leq 2 \end{cases}$$

Системы решений не имеют, значит, и исходное уравнение тоже решений не имеет

Ответ: корней нет.

Пример 5

Решить уравнение: $|2x-3|=5$

ОДЗ:

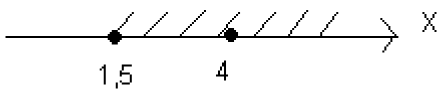
$$x\in R=(-\infty;\ +\infty).$$

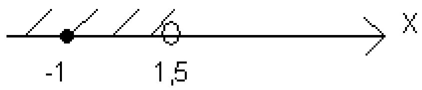
Решение: Данное уравнение равносильно системам, на основании определения

модуля: $|a|=\begin{cases} a, если\ a\geq 0 \\ -a, если\ a<0 \\ 0, если\ a=0: \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x-3\geq 0 \\ 2x-3=5 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} 2x-3<0 \\ -2x+3=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 1{,}5 \\ x=4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x<1{,}5 \\ x=-1 \end{cases}$$





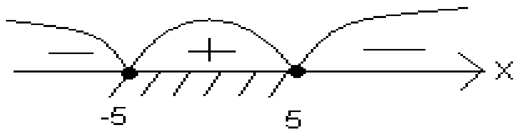
$x=4$ $\qquad$ $x=-1$

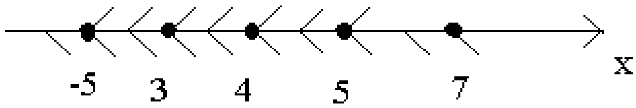
Ответ: -1; 4

Пример 6

Являются ли уравнения равносильными: $2^x-2^{x-4}=15 \quad и \quad x+\sqrt{25-x^2}=7?$

Решение:

<table>
<tr>
<td>$2^x - 2^{x-4} = 15$ – показательное уравнение
По свойству степеней:
$2^x - \frac{2^x}{2^4} = 15,\qquad 2^x\left(1^{16} - \frac{1}{16}\right) = 15$
$2^x = 2^4,\ \ x = 4$ – корень уравнения</td>
<td>$x + \sqrt{25 - x^2} = 7$ – иррациональное уравнение
ОДЗ: $25 - x^2 \geq 0$


$x \in [-5;\ 5]$
Данное уравнение равносильно системе:
$\begin{cases} 25 - x^2 = (7 - x)^2 \\ 7 - x \geq 0 \end{cases}$
$\begin{cases} 25 - x^2 = 49 - 14x + x^2 \\ x \leq 7 \end{cases}$
$2x^2 - 14x + 24 = 0$
$x^2 - 7x + 12 = 0$
$x_1 = 4,\qquad x_2 = 3$ – корни уравнения, так как принадлежат ОДЗ, т.е. геометрически:

</td>
</tr>
</table>

Ответ: неравносильны, так как уравнения имеют не одинаковые корни

Варианты заданий

<table>
<tr><th>1 вариант</th><th>2 вариант</th></tr>
<tr>
<td>1. Добавьте дополнительное условие так, чтобы уравнения:
$a * b = d * b$ и $a = d$
были равносильны

2. Решить 2-мя способами уравнение:
$2\sqrt{1 - x^2} = x - 2$ и сделать вывод

3. Равносильны ли уравнения:
$5^{x+1} + 5^x = 750\ \ и\ \ x^2 - 9 = 0?$

4. Решить уравнение:
$\sin 4x = 0$ и вычислить полученный результат при $k = 0;\ \pm 2$</td>
<td>1. Добавьте дополнительное условие так, чтобы уравнения:
$\sqrt{a} = b$ и $a = b^2$
были равносильны

2. Решить 2-мя способами уравнение:
$\sqrt{x + 1} = x - 1$ и сделать вывод

3. Равносильны ли уравнения:
$6^{x+2} - 6^x = 35\ \ и\ \ x^2 = 0?$

4. Решить уравнение:
$\cos 6x = 1$ и вычислить полученный результат при $k = 0;\ \pm\frac{1}{2}$</td>
</tr>
</table>

5. Найти корень уравнения: $\frac{2x-9}{2x-5} - \frac{3x}{2-3x} = 2$	5. Найти корень уравнения: $\frac{2x-1}{x-3} + \frac{5-4x}{3-x} = 6$

Критерии оценивания

Оценка	Обоснование оценивания
«Отлично»	Все задания выполнены правильно
«Хорошо»	Правильно выполнены любые 4 задания
«Удовлетворительно»	Правильно выполнены любые 3 задания
«Неудовлетворительно»	Правильно выполнено менее 3 заданий

Раздел 13. Итоговое повторение

Практическое занятие 1.

Цель занятия:

1. Повторить пройденный материал.
2. Выполнить практические задания.

Оборудование:

- учебные пособия
- справочные таблицы

Практические задания для повторения

1. Вычислите:

А) $-\sqrt[5]{0{,}016}\cdot\sqrt[5]{-0{,}02}$ Б) $2^{3+\log_2 5}$

2. Решите уравнения:

А) $x^2-6x=4x-25$ Б) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3x-9}=64^{x+1}$

3. Решите неравенство $\log_2^2(x-1)-\log_2(x-1)>2$

4. Решите систему уравнений: $\begin{cases}2x+3y=3,\\5x+6y=9.\end{cases}$

5. Упростите выражения:

А) $y^{\frac{6}{7}}\cdot\left(y^{-\frac{1}{2}}\right)^2\div\left(y^{\frac{4}{7}}\right)^{-2}$ Б) $(b-4)(b+2)-(b-1)^2$

6. Решите уравнения:

А) $\frac{7+9x}{4}+\frac{2-x}{9}=7x+1$ Б) $\log_4^2(x-3)-\log_4(x-3)-2=0$

7. Решите неравенство $8^{2x-1}+8^{x+1}-72<0$

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} 8x+3y=-21, \\ 4x+5y=-7. \end{cases}$

9. Вычислите:

А) $\dfrac{2^{\frac{7}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{0,3}}{2^{\frac{4}{5}} \cdot 2^{0,4}}$ Б) $\log_{\frac{1}{2}} 4 \cdot \log_3 9 : \log_4 \dfrac{1}{4}$

10. Решите уравнения:

А) $\log_4\left(x^2+2x+49\right)=3$ Б) $x^3+5x^2-x-5=0$

11. Решите неравенство $3^{2x}-2\cdot 3^x-3\geq 0$.

12. Решите систему уравнений $\begin{cases} 7x+3y=1, \\ 2x-6y=-10. \end{cases}$

13. Упростите выражения:

А) $\dfrac{y^{\frac{7}{5}} \cdot y^{\frac{1}{2}} \cdot y^{0,3}}{y^{\frac{4}{5}} \cdot y^{0,4}}$ Б) $(y-4)(y+4)-(y-3)^2$

14. Решите уравнения:

А) $3+\sqrt{3x^2-8x+14}=2x$ Б) $\left(\dfrac{1}{6}\right)^{2x}+5\cdot\left(\dfrac{1}{6}\right)^{x}-6=0$

15. Решите неравенство $\log_2^2 x-\log_2 x<\log_2 x+3$

16. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x+2y=8, \\ 2x+6y=10. \end{cases}$

17. Вычислите:

А) $\dfrac{9^8+9^7+2\cdot 9^6}{27^5-4\cdot 27^4}$ Б) $\log_3 15-\log_3 5+3^{\log_3 5}$

18. Решите уравнения:

А) $\log_7 36-\log_7(3x-14)=\log_7 4$ Б) $(x+2)(x-2)=3x^2-8$

19. Решите неравенство $3^x-3^{x+3}\leq -78$

20. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 3x-2y=5, \\ 5x+4y=1. \end{cases}$

21. Упростите выражения:

А) $\dfrac{2a+2b}{b}\cdot\left(\dfrac{1}{a-b}-\dfrac{1}{a+b}\right)$ Б) $\dfrac{Sin^2\left(\alpha-\dfrac{\pi}{2}\right)+Sin^2(\alpha-\pi)}{Cos^2\left(\dfrac{3\pi}{2}+\alpha\right)-1}$

22. Решите уравнения:

А) $2^{3x}\cdot 50^{3x}=0{,}1\cdot 10^{x^2+3}$ Б) $\log_3^2 x-\log_3 x=2$

23. Решите неравенство $\frac{3x+1}{2x-5}>2$

24. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 6x-10y=2, \\ 5y+7x=19. \end{cases}$

25. Вычислите:

А) $\frac{8^{11}-8^{10}-8^{9}}{4^{15}-4^{14}-4^{13}}$ Б) $\frac{\log_5 25+\log_3 9}{\log_2 128}$

26. Решите уравнения:

А) $\frac{5(x+1)}{8}+\frac{2(x-1)}{11}-\frac{x-3}{2}=9$ Б) $\log_5^2(2x)-20\log_5(2x)=21$

27. Решите неравенство $\left(\frac{1}{7}\right)^{5-2^x}>(7)^{-2^x+11}$

27. Решите систему уравнений $\begin{cases} 8x-4y=6, \\ 13x+6y=-1. \end{cases}$

29. Упростите выражения:

А) $3^{2+\log_3 a}+\log_5 5^a-\log_5 1$ Б) $(m+3)^2-(m-2)\cdot(m+2)$

30. Решите уравнения:

А) $9\log_3 x-x^2\log_3 x=0$ Б) $(x-1)^2-5=(x+4)^2$

31. Решите неравенство $7^{5x}-7^{5x-1}\geq 6$

32. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x+3y=1, \\ 6x-2y=14. \end{cases}$

33. Вычислите:

А) $\frac{\log_4 16+\log_5 25}{\log_3 81}$ Б) $1{,}2tg\alpha\cdot Cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$, если $Cos\alpha=\frac{1}{5}, \quad 0<\alpha<\frac{\pi}{2}$

34. Решите уравнения:

А) $9^{x^2+x+2}=\left(\frac{1}{81}\right)^{x-18}$ Б) $3-\sqrt{6x+19}=2x$

35. Решите неравенство $|2x+5|>8$

36. Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x-6y=26, \\ 5x+3y=1. \end{cases}$

37. Упростите выражения:

А) $\frac{8\cdot 100^n}{2^{2n+1}\cdot 5^{2n-2}}$ Б) $1+tg^2\beta\left(Sin^2\beta-1\right)$

38. Решите уравнения:

А) $\frac{(6-x)^2}{8}+x=7-\frac{(2x-1)^2}{3}$ Б) $\log_3\left(x^2-2x+8\right)=4$

39. Решите неравенство $2\cdot 4^x-3\cdot 10^x<5\cdot 25^x$

40. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 8x+2y=11, \\ 6x-4y=11. \end{cases}$

41. Вычислите:

А) $\left(3^{\frac{8}{5}} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{0,3}\right) : \left(3^{\frac{4}{5}} \cdot 3^{0,6}\right)$ Б) $Sin\alpha$, если $tg\alpha = \frac{8}{15}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$

42. Решите уравнения:

А) $725 - 4 \cdot 5^{x} = 5^{x+2}$ Б) $\sqrt{5x+4} - \sqrt{x+2} = 1$

43. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+0,5x\right) \le 1$

44. Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x+3y=1, \\ 6x-2y=14. \end{cases}$

Практическое занятие 2

1. Найти пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to -1}(x^5 - 13x^3 + 12x^2 - 8x + 11)$ б) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x^2-4}$

2. Найти производную функции:

а) $f(x) = \frac{x^5+x^3+x}{x+1}$ б) $h(x) = Cos2x$

3. Вычислите интегралы:

а) $\int x^3(1-6x^2)\, dx$ б) $\int\limits_0^{\frac{1}{2}} \frac{6xdx}{\left(x^3-1\right)^3}$

4. Найдите стороны оснований правильной четырехугольной усеченной пирамиды, если ее высота равна 7 см, боковое ребро 9 см и диагональ 11 см.

а) $\lim\limits_{x\to 2}(2x^2 - 3x + 4)$ б) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+10x+21}{x^2+8x+15}$

5. Найти производную функции $f(x) = Sin2x$.
6. Известен закон движения тела $S(t) = \frac{1}{3}t^3 + 4t^2 - t + 10$. Найдите скорость и ускорение тела в момент времени $t = 2$ сек.
7. Вычислите интегралы:

а) $\int \left(\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 4\right) dx$ б) $\int\limits_0^{\sqrt{3}} \frac{xdx}{2\sqrt{1+x^2}}$

8. Основание прямой призмы треугольник со сторонами 3 см и 5 см и углом в 120^0 между ними. Наибольшая из площадей боковых граней равна 35 см^2. Найдите площадь боковой поверхности призмы.
9. Вычислите пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to -3}(x^3-12x^2+5x-4)$ б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^4-16}{8-x^2}$

10. Найти производную функции $f(x)=(x^5-2x^2+4)^3$.
11. Скорость движения точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $V=2t^2-5t+6$. В какой момент времени ускорение точки будет равно 2 м/с^2.
12. Вычислите интегралы:

а) $\int \frac{x^4-12x^3+15x^2-8x}{x^2}\,dx$ б) $\int\limits_0^1 (x^2+4)^5\,xdx$

13. Найдите периметр треугольника, вершинами которого являются точки А(1; -1; 3), В(3; -1; 1) и С(-1; 1; 3).
14. Вычислите пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to -3}(-3x^2+7x-2)$ б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-2x+1}{2x^2-7x+5}$

15. Найдите производную:

а) $f(x)=x^3+e^x-Cos3x$ б) $h(x)=(x^2-2)\sqrt{x^2+1}$

16. Вычислите интегралы:

а) $\int \frac{2x}{(x^2+8)^2}\,dx$ б) $\int\limits_2^3 (3x^2-4x-1)dx$

17. Найдите высоту цилиндра, объем которого равен объему шара радиусом 8 см, если радиус основания цилиндра равен 3 см.
18. Вычислите пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$ б) $\lim\limits_{x\to 2}(x^2-4x+1)$

19. Найдите производную функции $f(x)=Sin(5x^2+8)$.
20. Найдите промежутки возрастания и убывания функции $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{5}{2}x^2+6x$.
21. Вычислите интегралы:

а) $\int \frac{Cosx\,dx}{3+2Sinx}$ б) $\int\limits_{-1}^1 (4x^3-3x^2+2x+8)dx$

22. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 10 см, а высота равна 3 м. одна из сторон основания параллелепипеда равна $\sqrt{10}$ см. Найдите вторую сторону основания параллелепипеда.
23. Вычислите пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to -2}(3x^2-7x-28)$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}$

24. Найти производную:

а) $f(x)=(x^2+3)\sqrt{x^2-1}$ б) $h(x)=\dfrac{2x}{2+x}-Sin3x$

25. Найдите интегралы:

а) $\int (4x^3 - 6x^2 - 4x + 3)dx$ б) $\int\limits_1^{\sqrt{3}} \frac{32xdx}{\left(x^2+1\right)^5}$

26. Стороны основания прямого параллелепипеда равны 6 см и 10 см, один из углов основания равен 60^0, меньшая диагональ параллелепипеда составляет с плоскостью основания угол в 30^0. Найдите объем параллелепипеда.
27. Вычислите пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to -2}\left(x^3-1\right)\left(x-3\right)\left(x-5\right)$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$

28. Найти производную:

а) $h(x) = (2x^3 - 1)(x^2 + 1)$ б) $f(x) = 2x^3 + \frac{x+1}{3-x} + Cos2x$

29. Вычислите интегралы:

а) $\int (x^2 - 3x + 1)^3 (2x - 3)\ dx$ б) $\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (Cosx - Sinx)dx$

30. Поверхность шара 225π м^2. Найти объем шара.
31. Вычислите пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to 5}(4x^2 + 19x - 5)$ б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^3+7x}{2x^3-4x^2+5}$

32. Найдите производную функций:

а) $f(x) = 2Cosx - 4x^2 + 5x$ б) $f(x) = \left(6\sqrt{x} - x^2\right)^2$

33. Вычислите интеграл $\int \frac{x^6-4x^5+5x^4-2x^2}{x^3} dx$.
34. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 8x + 18$ и $y = -2x + 18$.
35. Площадь осевого сечения равностороннего цилиндра равна 64 м^2. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра
36. Вычислите пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to -1}(4x^3 + 5x^2 - 3x)$ б) $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x+2}{3-\sqrt{7-x}}$

37. Найти производную функции:

а) $h(x) = 7x^3 + 17x^2 - 13x + 28$ б) $f(x) = Cos(x^4 + 4x)$

38. Вычислите интеграл $\int \frac{5x+3x^2-5x^3}{x^2} dx$.
39. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x + 3$ и $y = 3x - 1$.
40. Площадь осевого сечения равностороннего цилиндра равна 16 см^2. Найдите объем этого цилиндра.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ УРОВНЯ И КАЧЕСТВА ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ

Оценка 5"отлично" ставится, если студент глубоко и прочно усвоил весь программный материал в рамках указанных знаний и умений. Исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, тесно увязывает с условиями современного производства, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

Оценка 4 "хорошо" ставится, если твердо студент знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

Оценка 3 "удовлетворительно" ставится, если студент усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

Оценка 2 "неудовлетворительно" ставится, если студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания, задачи.

РЕКОМЕНДОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА:

Для студентов:

1.Башмаков М.И. Математика: учебник для учреждений нач. и сред. проф. образования /М.И.Башмаков. – 8-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 256 с.

2.Башмаков М.И. Математика: Электронный учеб. метод. комплекс для студ. учреждений сред. проф. образования/М.И.Башмаков. – 2-е изд., М., 2015.

3. Колягин Ю.М., Ткачева М.Н., Федорова Н.Е. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни). 10 класс /под ред. А.Б. Жижченко. – М., 2014.

Для преподавателей:

1.Башмаков М.И. Математика: кн. для преподавателя: методическое пособие. /М.И.Башмаков. – 8-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», – М., 2013.

2.Башмаков М.И., Цыганов Ш.И. Методическое пособие для подготовки к ЕГЭ/М.И.Башмаков. – 5-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», – М., 2011.

Интернет - ресурсы

1.www. fcior.edu.ru (Информационные, тренировочные и контрольные материалы).

2.www. school-collection.edu.ru (Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов).